

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ГПС МЧС РОССИИ

**С.Л. Исаков, доктор технических наук.
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России**

Приведена математическая модель контроля и управления качеством знаний обучающихся. Рассмотрен пример определения матрицы управляющих воздействий на обучающегося. Приведена процедура контроля качества знаний методом двухступенчатого статистического анализа. Представлена оперативная характеристика двухступенчатой процедуры контроля качества знаний. Приведены показатели оценки качества профессиональной подготовки выпускников вузов ГПС МЧС России.

Ключевые слова: модель контроля и управления качеством знаний обучающихся, процедура контроля качества знаний методом двухступенчатого статистического анализа, оперативная характеристика двухступенчатой процедуры контроля качества знаний, показатели оценки качества профессиональной подготовки

MATHEMATICAL MODELS OF CONTROL AND PROFESSIONAL TRAINING QUALITY MANAGEMENT USED IN THE EDUCATIONAL PROCESS OF SAINT-PETERSBURG UNIVERSITY OF STATE FIRE SERVICE

S. Isakov. Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

The mathematical model of students' knowledge quality control and management is suggested. The definition of influence-to-student matrix is considered as an example. The procedure of two-stage knowledge quality control based on statistical analysis is proposed. Efficient characteristic of two-stage knowledge control procedure is suggested. Quality ratings of students professional preparation level is carried out for University of State Fire Service graduates.

Key words: the mathematical model of students' knowledge quality control and management, the procedure of two-stage knowledge quality control based on statistical analysis, efficient characteristic of two-stage knowledge control procedure, quality ratings of students professional preparation level

Матричная модель контроля и управления качеством знаний

Одним из важных вопросов, при разработке математических моделей информационного обеспечения образовательного процесса, является вопрос о форме представления информации [1]. В математической модели управления качеством профессиональной подготовки используется матричная модель структурирования информации. Сущность матричной модели структурирования информации состоит в том, что предусмотренный программой учебный материал формализуется в виде матрицы учебной дисциплины размером $n \times k$.

$$M_y = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & m_{nk} \end{pmatrix}.$$

Элементами этой матрицы выступают информационные блоки. В них содержатся логически завершённые положения изучаемой дисциплины, на которые удобно составлять контрольные тесты. Контрольные тесты формализуются в виде матрицы тестов

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{n1} & t_{n2} & t_{n3} & t_{nk} \end{pmatrix}$$

На основе использованной технологии контроля результаты контроля качества знаний формализуются в виде матрицы фактических знаний, элементами которой выступают оценки в баллах, полученные за соответствующие тесты

$$M_{\phi}(t) = \begin{bmatrix} Q_{11}(t) & Q_{12}(t) & Q_{13}(t) & Q_{14}(t) \\ Q_{21}(t) & Q_{22}(t) & Q_{23}(t) & Q_{24}(t) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Q_{31}(t) & Q_{32}(t) & Q_{33}(t) & Q_{34}(t) \end{bmatrix},$$

где $Q_{ij}(t)$ – оценка качества знаний учебного материала информационного блока m_{ij} в момент тестирования t .

Качество знаний учебной дисциплины может быть оценено через среднюю оценку Q_{cp} согласно формуле:

$$Q_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{ij},$$

где n – число строк матрицы учебной дисциплины; k – число столбцов матрицы учебной дисциплины; N – число информационных блоков матрицы учебной дисциплины.

Под требуемым качеством знаний будем понимать качество знаний, определяемое требованиями МЧС России. Для описания требуемого качества знаний по дисциплине введём матрицу требуемого качества знаний:

$$M_T = \begin{pmatrix} Q_{11T} & Q_{12T} & Q_{13T} & Q_{14T} \\ Q_{21T} & Q_{22T} & Q_{23T} & Q_{24T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{n1T} & Q_{n2T} & Q_{n3T} & Q_{nkT} \end{pmatrix}.$$

Например, если руководство университета ставит задачу обеспечить хорошее качество профессиональной подготовки по отдельной дисциплине, то элементы матрицы требуемого качества знаний должны удовлетворять условию:

$$Q_{11T} = \dots = Q_{ijT} = \dots = Q_{nkT} = 4$$

Количественную меру отклонения требуемого и текущего (фактического) качества знаний можно представить разностью матриц.

$$\Delta M(t) = M_T - M_{\phi}(t)$$

Назовём матрицу $\Delta M(t)$ матрицей отклонения качества знаний на момент тестирования t .

$$\Delta M(t) = \begin{pmatrix} \Delta Q_{11}(t) & \Delta Q_{12}(t) & \Delta Q_{13}(t) & \Delta Q_{14}(t) \\ \Delta Q_{21}(t) & \Delta Q_{22}(t) & \Delta Q_{23}(t) & \Delta Q_{24}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta Q_{n1}(t) & \Delta Q_{n2}(t) & \Delta Q_{n3}(t) & \Delta Q_{nk}(t) \end{pmatrix}.$$

Элементами этой матрицы являются разности между требуемой оценкой и фактической оценкой знаний положений информационных блоков:

$$\Delta Q_{ij}(t) = Q_T - Q_{ij}(t).$$

Матрица отклонения может выступать в роли целевой функции процесса управления качеством обучения. При этом цель обучения можно представить выражением:

$$\Delta M(t) \longrightarrow \min, \quad (1)$$

при $t \rightarrow t_{don}$,

где t_{don} – допустимое время обучения.

Из (1) видно, что элементы матрицы $\Delta M(t)$ показывают отклонение фактического качества знаний от требуемого. Анализ элементов матрицы отклонения на выполнение условия $\Delta Q_{ij}(t) > 0$, позволяет выявить информационные блоки, качество знаний которых не отвечает требованиям. На основе такого анализа можно составить перечень информационных блоков, качество знаний по которым следует повысить. Этот перечень выступает в роли управляющего воздействия на обучаемого для повторения изучаемого материала. Управляющее воздействие можно представить в виде матрицы:

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11}(t) & U_{12}(t) & U_{13}(t) & U_{14}(t) \\ U_{21}(t) & U_{22}(t) & U_{23}(t) & U_{24}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_{n1}(t) & U_{n2}(t) & U_{nT}(t) & U_{nk}(t) \end{pmatrix}.$$

Назовем ее матрицей управлений. Элементы матрицы управлений принимают два значения 0 и 1. Элементы $U_{ij}=0$ соответствуют информационным блокам, качество знаний которых удовлетворяет требованиям, а элементы U_{ij} равные 1 соответствуют информационным блокам, качество знаний которых не удовлетворяет требованиям.

Пример определения матрицы управляющих воздействий на обучающегося

Пусть матрица качества фактических знаний, определенных по результатам тестирования на момент времени $t=10$ часов, имеет вид:

$$M_{\phi}(10) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Требования руководства по изучаемой дисциплине – иметь качество знаний положений каждого информационного блока не ниже 4 баллов.

Матрица отклонения качества знаний при $t=10$ часов принимает вид:

$$\Delta M(10) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Матрица управлений будет иметь вид:

$$U(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Элементы этой матрицы, имеющие значение $U_{ij}=1$, соответствуют информационным блокам, качество знаний курсантов по которым не удовлетворяет требованиям руководства. Для выполнения этих требований обучающемуся необходимо повторить положения информационных блоков m_{12} , m_{13} , m_{21} , m_{23} , m_{24} , m_{32} , m_{41} , m_{43} .

Контроль качества знаний методом двухступенчатого статистического анализа

Методом двухступенчатого статистического анализа осуществляется выборочный контроль качества знаний [2]. В основе выборочного контроля лежит статистическая задача принятия одной из двух конкурирующих гипотез:

а) основной гипотезы H_0 (материал учебной дисциплины курсант усвоил с качеством не ниже удовлетворительного);

б) конкурирующей гипотезы H_1 (материал учебной дисциплины курсант не усвоил).

В системе контроля качества знаний курсанту предлагаются тесты по учебной дисциплине, содержащие сформулированные вопросы и варианты ответов на них. Контролируемым параметром является количество неверных ответов. Контроль качества знаний проводится в два этапа. Двухступенчатая процедура контроля качества знаний характеризуется пятью параметрами

$$S = (n_1, n_2, c_1, c_2, c_3),$$

где n_1 – количество случайно выбранных вопросов тестов на первом этапе (объем выборки на первом этапе); n_2 – количество случайно выбранных вопросов тестов на втором этапе (объем выборки на втором этапе); c_1 – нижнее пороговое значение неверных ответов на первом этапе; c_2 – верхнее пороговое значение неверных ответов на первом этапе; c_3 – пороговое значение неверных ответов на втором этапе.

Параметры c_1, c_2, c_3 должны удовлетворять соотношению $c_1 < c_2 < c_3$.

При проведении первого этапа (первой выборки) курсанту предлагается n_1 вопросов, на которые он может дать d_1 неверных ответов.

Если $d_1 < c_1$, то принимается решение о положительном результате контроля (гипотеза H_0).

Если $d_1 > c_2$, то принимается решение об отрицательном результате контроля (гипотеза H_1).

Если $c_1 \leq d_1 \leq c_2$, то проводится второй этап (вторая выборка), на котором обучаемому предлагается n_2 вопросов, на которые он может дать d_2 неверных ответов.

Если $d_1 + d_2 < c_3$, то принимается решение о положительном результате контроля.

Если $d_1 + d_2 \geq c_3$, то принимается решение об отрицательном результате контроля.

За верные ответы на поставленные вопросы курсант получает определенную сумму баллов, отвечающих выбранной для оценок каждого вопроса шкалы (10 – балльная, 100 – балльная и т.д.).

Оценка эффективности процедуры контроля качества знаний курсантов определяется с помощью оперативных характеристик качества. Оперативная характеристика контроля качества знаний – это зависимость вероятности положительного результата оценки знаний курсанта, от той доли вопросов, на которые он дал неправильные ответы. При двухступенчатой процедуре контроля качества знаний оперативная характеристика определяется выражением

$$f(Q) = \sum_{d1=0}^{c_1-1} P_{n1}^{d1}(Q) + \sum_{d1=c_1}^{c_2} P_{n1}^{d1}(Q) \cdot \sum_{d2=0}^{c_2-d1} P_{n2}^{d2}(Q) ,$$

где $P_{n1}^{d1}(Q)$ – вероятность того, что на первом этапе из выборки n_1 – вопросов тестов на d_1 получены неправильные ответы; $P_{n2}^{d2}(Q)$ – вероятность того, что на втором этапе из выборки n_2 – вопросов тестов на d_2 получены неправильные ответы.

Вид оперативной характеристики при двухступенчатой процедуре контроля качества знаний представлен на рис. 1.

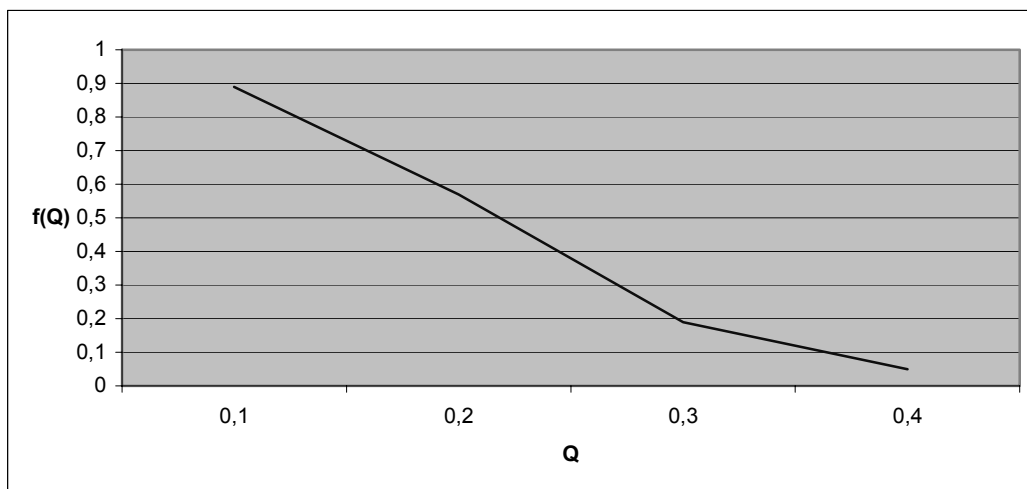


Рис.1. Оперативная характеристика двухступенчатой процедуры контроля качества знаний

Как видно, вероятность положительного результата оценки качества знаний (гипотезы H_0) увеличивается при уменьшении доли неверных ответов на вопросы тестов.

На основе оперативной характеристики контроля качества знаний определяются риски переоценки и недооценки знаний. Такие риски в теории контроля качества продукции называют риском заказчика и риском поставщика.

Риск заказчика определяется допускаемой им долей неверных ответов на вопросы тестов $Q_{доп}$.

Число ошибок на первом (d_1) и втором (d_2) этапах выборочного контроля можно описать биномиальным распределением:

$$P_n^d(Q) = C_n^d \cdot Q^d (1-Q)^{n-d} ,$$

где $P_n^d(Q)$ – вероятность того, что из n – вопросов выборки на d – вопросов будут даны неверные ответы.

В этом случае оперативная характеристика определяется выражением:

$$f(Q) = \sum_{d1=0}^{c1-1} C_{n1}^{d1} Q^{d1} (1-Q)^{n1-d1} + \sum_{d1=c1}^{c2} C_{n1}^{d1} Q^{d1} (1-Q)^{n1-d1} \cdot \sum_{d2=0}^{c2-d1} C_{n2}^{d2} Q^{d2} (1-Q)^{n2-d2}. \quad (2)$$

Приведенная на рис.1 оперативная характеристика соответствует двухступенчатой процедуре контроля качества знаний: $S = (10, 10, 2, 3, 5)$ при биномиальном распределении ошибочных ответов. Если поставить значения параметров процедуры в (2), то можно получить аналитическое выражение оперативной характеристики процедуры в виде:

$$f(Q) = \sum_{d1=0}^1 C_{10}^{d1} Q^{d1} (1-Q)^{10-d1} + \sum_{d1=2}^3 C_{10}^{d1} Q^{d1} (1-Q)^{10-d1} \cdot \sum_{d2=0}^{3-d1} C_{10}^{d2} Q^{d2} (1-Q)^{10-d2}.$$

Автоматизированная информационная система контроля качества знаний, построенная на базе двухступенчатой процедуры, позволит руководству учебного заведения осуществлять текущий контроль качества знаний курсантов, устанавливать нормативы качества и следить за их достижением. Кроме того, система позволяет курсантам осуществлять самоконтроль качества знаний при подготовке к зачетам и экзаменам.

Показатели оценки качества профессиональной подготовки выпускников вузов ГПС МЧС России

В современной теории качества выделяют два подхода к оценке качества:

- а) оценка в абсолютных единицах измерения (оценка качества);
- б) оценка в относительных единицах измерения (оценка уровня качества).

При оценке качества объекта можно рассмотреть два вида показателей качества: единичные и комплексные. Единичные показатели выступают, как мера одного свойства, комплексные показатели выступают мерой нескольких свойств. Комплексные показатели удобно формировать, когда единичные показатели выражаются в относительных единицах измерения.

Оценка качества в абсолютных единицах производится по величине показателей качества. Значения показателей качества Q_i выступают в роли количественной меры каждого i го свойства объекта.

Оценка качества в относительных единицах часто производится по отношению величины i -го показателя качества исследуемого объекта к нормирующему значению этого показателя

$$Q_{i(отн)} = \frac{Q_i}{Q_{ni}},$$

где Q_{ni} нормирующее (базовое) значение показателя качества.

За нормирующие значения показателей качества в текущем периоде обычно принимают достигнутые в предшествующем периоде значения с учетом профиля и специализации курсантов и слушателей.

Чаще используется мультипликативный и аддитивный комплексные показатели.

Мультипликативный комплексный показатель имеет вид:

$$K_{ПМ} = \prod_{i=1}^n Q_{i(отн)}^{a_i},$$

где a_i – весовой коэффициент i -го показателя, n – число частных показателей качества, учитываемых в комплексном показателе.

Аддитивный комплексный показатель имеет вид:

$$K_{Па} = \sum_{i=1}^n a_i Q_{i(отн)}.$$

При формировании комплексных показателей качества для показателей, имеющих большую ценность, весовые коэффициенты принимают большими по значению относительно других.

Это обеспечивает большую чувствительность комплексного показателя к более важным частным показателям и наоборот.

В соответствии с учебным планом изучаемые дисциплины разделяются на группы (циклы). Рассматривают группу естественно-научных дисциплин, группу гуманитарных дисциплин, группу специальных дисциплин и др.

Для анализа и оценки качества подготовки слушателей (курсантов) вуза МЧС комплекс учебных дисциплин можно представить следующими группами дисциплин:

а) тактико-специальные (пожарная тактика, основы организации и ведения аварийно-спасательных работ);

б) технико-специальные (пожарная техника, спасательная техника и базовые машины).

Показатель качества, характеризующий совокупность свойств группы называют групповым показателем качества. Если групповые показатели качества определяются путем сравнения оцениваемых значений с базовыми, то они характеризуют уровень качества по оцениваемой группе свойств. Обычно в качестве базового значения показателей качества принимают значение показателя качества за прошедший год. В этом случае групповые показатели выступают, как показатели уровня качества по оцениваемой группе свойств.

Например, групповой показатель качества знаний тактико-специальных дисциплин имеет вид:

$$ГП_1 = P_{nm} \cdot P_{аср},$$

где P_{nm} – единичный показатель качества знаний по дисциплине «Пожарная тактика»; $P_{аср}$ – единичный показатель качества знаний по дисциплине «Основы организации и ведения аварийно-спасательных работ».

Единичные показатели определяются по формуле:

$$P_{nm} = \frac{Q_{nm}}{Q_{нпм}}.$$

где Q_{nm} – средняя оценка слушателя по дисциплине «Пожарная тактика», $Q_{нпм}$ – базовая оценка по дисциплине «Пожарная тактика», $P_{аср}$ – единичный показатель качества знаний по дисциплине «Основы организации и ведения аварийно-спасательных работ»:

$$P_{аср} = \frac{Q_{аср}}{Q_{наср}},$$

где $Q_{аср}$ – средняя оценка курсанта (слушателя) по дисциплине «Основы организации и проведения аварийно-спасательных работ»; $Q_{наср}$ – базовая оценка по дисциплине «Основы организации и проведения аварийно-спасательных работ».

Аналогично может быть определен групповой показатель качества знаний технико-специальных дисциплин».

$$ГП_2 = P_{nm} \cdot P_{см},$$

где P_{nm} – единичный показатель качества знаний по дисциплине «Пожарная техника»; $P_{см}$ – единичный показатель качества знаний по дисциплине «Спасательная техника и базовые машины».

Тогда мультипликативный комплексный показатель качества знаний по специальным дисциплинам принимает вид:

$$КП_м = ГП_1^{a_1} \cdot ГП_2^{a_2},$$

где a_1 – весовой коэффициент группового показателя качества знаний по тактико-специальным дисциплинам; a_2 – весовой коэффициент группового показателя качества знаний по технико-специальным дисциплинам.

Аддитивный комплексный показатель качества знаний курсанта (слушателя) по специальным дисциплинам принимает вид:

$$KП_a = a_1 \cdot ГП_1 + a_2 \cdot ГП_2.$$

Однако МЧС, как заказчика могут интересовать такие свойства личности выпускника, как его склонности, структура общения, социогенные потребности, социальный статус, притязания, этнические особенности.

Каждое из этих свойств также может оцениваться по групповым показателям и получать соответствующую оценку.

Для принятия окончательного решения об уровне качества подготовленного специалиста следует учитывать, как комплексные, так и наиболее важные единичные показатели.

Пример расчета групповых и комплексных показателей качества подготовки специалистов

Каждому групповому показателю качества знаний слушателей присваивается определенный вес a_i .

Причем $\sum_{i=1}^n a_i \leq 1$.

Для определения весов используются разнообразные экспертные процедуры, но самым распространённым способом является определение ранга показателя. Ранг показателя задается должностным лицом управления университета МЧС в зависимости от специализации слушателей. В рассматриваемой задаче мы определяем групповые и комплексные показатели качества для курсантов (слушателей) инженерно-технического факультета, обучающихся по специальности «Пожарная безопасность». Показателями качества выбраны средние оценки по специальным дисциплинам и тактико-специальным дисциплинам. Показателям качества по тактико-специальным дисциплинам присвоен ранг равный трем, более высокий, чем имеют показатели качества по технико-специальным дисциплинам. Это обусловлено специализацией курсантов (слушателей) инженерно-технического факультета. Значения весов приведены в таблице.

Таблица

Дисциплины	Ранг	Вес
Тактико-специальные	3	$3/5 = 0,6$
Технико-специальные	2	$2/5 = 0,4$

В предположении, что средние оценки подразделений по результатам экзаменационной сессии составили:

1. Пожарная тактика – 3,6.
2. Основы организации и ведения аварийно-спасательных работ – 3,7.
3. Пожарная техника – 3,8;
4. Спасательная техника и базовые машины – 3,6.

Примем базовые оценки качества знаний:

$$Q_{нпт} = Q_{наср} = Q_{нтп} = Q_{нст} = 4.$$

Определим единичные показатели качества знаний дисциплин:

$$П_{nm} = \frac{Q_{nm}}{Q_{нпт}} = \frac{3,6}{4} = 0,9;$$

$$P_{аср} = \frac{Q_{аср}}{Q_{насп}} = \frac{3,7}{4} = 0,925;$$

$$P_{тп} = \frac{Q_{тп}}{Q_{тпп}} = \frac{3,8}{4} = 0,95;$$

$$P_{ст} = \frac{Q_{ст}}{Q_{нст}} = \frac{3,6}{4} = 0,9.$$

Групповой показатель качества знаний по тактико-специальным дисциплинам имеет вид:

$$ГП1 = P_{тп} \cdot P_{аср} = 0,9 \cdot 0,925 = 0,832$$

Групповой показатель качества знаний по технико-специальным дисциплинам имеет вид:

$$ГП2 = P_{тп} \cdot P_{ст} = 0,95 \cdot 0,9 = 0,855.$$

Мультипликативный комплексный показатель качества знаний курсанта (слушателя) по специальным дисциплинам принимает вид:

$$КПМ = ПП^{\alpha_1} \cdot ПП^{\alpha_2} = 0,832^{0,6} \cdot 0,855^{0,4} = 0,895 \cdot 0,96 = 0,832,$$

где α_1 – весовой коэффициент группового показателя качества знаний по тактико-специальным дисциплинам; α_2 – весовой коэффициент группового показателя качества знаний по технико-специальным дисциплинам.

Аддитивный комплексный показатель качества знаний курсанта (слушателя) по рассматриваемым дисциплинам принимает вид:

$$КПа = \alpha_1 \cdot ПП_1 + \alpha_2 \cdot ПП_2 = 0,6 \cdot 0,832 + 0,4 \cdot 0,855 = 0,841.$$

Как видно из расчета значение аддитивного показателя больше значения мультипликативного показателя.

Оценим диапазоны изменения групповых показателей качества знаний при фиксированных значениях КПа и КПМ.

Предположим, что $Q_{ни}$ – базовая оценка с учетом специализации курсанта (слушателя) = 5, (установленный базовый показатель качества), а средняя оценка курсантов $Q_i = 2$. Вероятность возникновения такой ситуации на практике близка к нулю, но принятое допущение позволит сделать оценку границ областей изменения групповых показателей качества знаний.

Нижние границы групповых показателей:

$$\min ГП_1 = \min ГП_2 = \frac{Q_i}{Q_{ни}} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Верхние границы групповых показателей при КПа = 0,841. Нижней границе ПП1 соответствует верхняя граница ПП2.

$$\max ГП_2 = \frac{КПа \cdot \alpha_1 \min ГП_1}{\alpha_2} = \frac{0,841 - 0,6 \cdot 0,4}{0,4} = 1,5.$$

Нижней границе $ГП_2$ соответствует верхняя граница $ГП_1$:

$$\max ГП_1 = \frac{КП_a \cdot a_1 \min ГП_1}{a_1} = \frac{0,841 - 0,4 \cdot 0,4}{0,6} = 1,135.$$

Верхние границы групповых показателей при $КП_M = 0,832$. Нижней границе $ГП_1$ соответствует верхняя граница $ГП_2$.

$$\max ГП_2^{a_2} = КП_{n,m} - \min ГП_1^{a_1} = 0,832 - 0,4^{0,6} = 0,255 \max ГП_2 = 4,34.$$

Нижней границе $ГП_2$ соответствует верхняя граница $ГП_1$.

$$\max ГП_1^{a_1} = КП_M - \min ГП_2^{a_2} = 0,832 - 0,4^{0,4} = 0,142 \max ГП_1 = 1,724.$$

Определенный интерес представляет чувствительность комплексного показателя качества знаний от величин изменений групповых показателей и весовых коэффициентов. Для этого определим эластичность комплексного показателя по групповым показателям и весовым коэффициентам.

Эластичность комплексного показателя качества знаний с аддитивным взвешиванием по групповому показателю $ГП_1$.

$$\varepsilon_{ГП_1}^A = \frac{ГП_1}{КП_a} \cdot \frac{\partial КП_a}{\partial ГП_1} = \frac{ГП_1}{КП_a} \cdot a_1 = \frac{0,832}{0,841} \cdot 0,6 = 0,594.$$

Эластичность комплексного показателя качества знаний с аддитивным взвешиванием по групповому показателю $ГП_2$.

$$\varepsilon_{ГП_2}^A = \frac{ГП_1}{КП_a} \cdot \frac{\partial КП_a}{\partial ГП_2} = \frac{ГП_2}{КП_a} \cdot a_2 = \frac{0,855}{0,841} = 0,407$$

Эластичность комплексного показателя качества знаний с мультипликативным взвешиванием по групповому показателю $ГП_1$.

$$\varepsilon_{ГП_1}^M = \frac{ГП_1}{КП_M} \cdot \frac{\partial КП_M}{\partial ГП_1}.$$

Продифференцируем выражение и найдем производную комплексного показателя качества знаний $КП_M$ по групповому показателю качества знаний $ГП_1$ в виде:

$$\frac{\partial КП_M}{\partial ГП_1} = ГП_2^{a_2} \cdot a_1 \cdot ГП_1^{a_1-1}.$$

Значения эластичности определяются величиной:

$$\varepsilon_{ГП_1}^M = \frac{ГП_1}{КП_M} \cdot a_1 \cdot ГП_1^{a_1-1} \cdot ГП_2^{a_2} = a_1 \cdot \frac{КП_M}{КП_M} = a_1 = 0,6.$$

Эластичность комплексного показателя качества знаний с мультипликативным взвешиванием по групповому показателю $ГП_2$.

$$\varepsilon_{ГП_2}^M = \frac{ГП_2}{КП_M} \cdot \frac{\partial КП_M}{\partial ГП_2} = a_2 = 0,4.$$

Эластичность комплексного показателя качества знаний с аддитивным взвешиванием по весовому коэффициенту α_1 .

$$\varepsilon_{a_1}^A = \frac{a_1}{KП_A} \cdot \frac{\partial KП_A}{\partial a_1} = \frac{a_1}{KП_A} \cdot \Gamma\Pi_1 = \frac{0,6}{0,841} \cdot 0,832 = 0,594$$

Эластичность комплексного показателя качества знаний с аддитивным взвешиванием по весовому коэффициенту α_2 .

$$\varepsilon_{a_2}^A = \frac{a_2}{KП_A} \cdot \frac{\partial KП_A}{\partial a_2} = \frac{a_2}{KП_A} \cdot \Gamma\Pi_2 = \frac{0,4}{0,841} \cdot 0,855 = 0,407.$$

Эластичность комплексного показателя качества знаний с мультипликативным взвешиванием по весовому коэффициенту α_1 .

$$\varepsilon_{a_1}^M = \frac{a_1}{KП_M} \cdot \frac{\partial KП_M}{\partial a_1} = a_1 \cdot \ln \Gamma\Pi_1 = 0,6 \cdot \ln 0,832 = -0,11.$$

Эластичность комплексного показателя качества знаний с мультипликативным взвешиванием по весовому коэффициенту α_2 .

$$\varepsilon_{a_2}^M = a_2 \cdot \ln \Gamma\Pi_2 = 0,4 \cdot \ln 0,855 = -0,06.$$

Как видно из результатов проведенных расчетов, эластичность комплексного показателя качества знаний с аддитивным взвешиванием одинакова по групповым показателям и по весовым коэффициентам. Эластичность комплексного показателя качества знаний с мультипликативным взвешиванием по групповым показателям выше, чем эластичность по весовым коэффициентам.

В таком случае неточность в определении весовых коэффициентов скажется на конечном результате в меньшей степени при использовании комплексного показателя качества знаний с мультипликативным взвешиванием.

Качество профессиональной подготовки курсантов и слушателей высших учебных заведений ГПС МЧС России формируется под влиянием множества факторов. Представленные в статье модели оценки и контроля качества профессиональной подготовки, модели управления качеством знаний, положены в основу построения автоматизированных информационных систем, используемых в образовательном процессе Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России. Использование таких моделей позволяет повысить уровень автоматизации управления образовательным процессом на различных уровнях обучения.

Литература

1. Исаков С.Л. Математические модели информационного обеспечения систем управления Государственной противопожарной службы МЧС России: монография. СПб.: Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, 2008.

2. Синдлер Ю.Б. Метод двухступенчатого анализа и его приложения в технике. М.: Наука, 1979.