
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕССОВ

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОЖАРНОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

**С.А. Погребов, кандидат технических наук, доцент;
С.Н. Хадзиев. Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России**

Повышение эффективности адресно-аналоговых систем автоматической пожарной сигнализации (АПС) может быть достигнуто путем совершенствования алгоритмов их работы. В качестве математического аппарата, который лежит в основе построения этих алгоритмов, предлагается использовать метод экспоненциального сглаживания с коэффициентом сглаживания адаптивным рассматриваемому процессу.

Ключевые слова: адресно-аналоговые системы АПС, экспоненциальное сглаживание, фильтрация, прогноз, эффективность

OPTIMIZATION OF PROCESS OF FORECASTING OBJECT'S FIRE CONDITION ON THE BASIS OF EXPONENTIAL SMOOTHING METHOD

S.A. Pogrebov; S.N. Hadziev. Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

Increasing of efficiency of address-analogue systems of automatic fire alarm (AFA) can be reached by perfection of algorithms of its work. The mathematical device uses a method экспоненциального smoothing with smoothing factor of adaptive to considered process.

Key words: address-analogue systems AFA, exponential smoothing, a filtration, the forecast, efficiency

Наиболее эффективным типом систем АПС, применяемых в зданиях, оборудованных дорогостоящими системами телекоммуникаций, автоматизации и жизнеобеспечения, являются адресно-аналоговые системы пожарной сигнализации. Важное отличие таких систем заключается в том, что в них датчики представляют собой лишь измерители определенных параметров пожарного состояния объекта (задымленности, температуры и т.д.), транслируя на панель их значения и свой адрес. Панель же, являясь вычислительным терминалом, оценивает изменения этих параметров, используя алгоритмы обработки информации.

Прогноз позволяет оценить вероятность возникновения пожара, обеспечивая раннее обнаружение или предупреждение возгорания. Понятно, что повышение эффективности функционирования такой системы АПС во многом достигается за счет совершенствования применяемого математического аппарата для фильтрации результатов измерений, поступающих от датчиков.

Решение этой задачи сводится к применению методов экстраполяции с последующим

сглаживанием полученных результатов с помощью фильтрации. Пусть закон изменения исследуемого процесса на интервале наблюдения имеет вид:

$$y(t) = f(\tilde{a}, t) + n(t),$$

где $f(\tilde{a}, t)$ – некоторая детерминированная функция (тренд); $n(t)$ – случайная компонента.

Тогда путем регрессионного анализа $y(t)$ можно предсказать поведение функции на конечном (достаточно значимом) интервале изменения аргумента. Задача состоит в том, чтобы получить оптимальный результат, используя для этого минимальное количество точек предыстории.

В качестве способа сглаживания значений, полученных в результате решения регрессионного уравнения, получил широкое распространение метод наименьших квадратов Гаусса. Однако этот метод требует сравнительно большого объема статистических данных на участке наблюдения и основан на допущении неизменности модели тренда как на участке наблюдения, так и на участке прогнозирования. Одним из способов, позволяющих решить эту задачу с высокой достоверностью и требующих сравнительно небольшого интервала наблюдения за изменением прогнозируемой величины, является метод экспоненциального сглаживания (метод Брауна).

Математическая задача экспоненциального сглаживания формулируется следующим образом: для ряда наблюдений величины $y_{t-i} \in (y(t))$ найти оценку P_{t-i} тренда $f(\tilde{a}, t)$, исходя из условия минимизации экспоненциально взвешенного функционала:

$$Q = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^i (y_{t-i} - P_{t-i})^2,$$

где $\rho = (1-\alpha)$, $0 \leq \alpha \leq 1$.

Из соотношений видно, что качество предсказания методом экспоненциального сглаживания при оптимальном выборе модели тренда в большой мере определяется выбором оптимальных значений постоянной сглаживания.

Выбор постоянной сглаживания α предполагает принятие компромиссного решения, так как при уменьшении α в меньшей мере учитывается предыдущая информация и увеличивается скорость реагирования прогнозирующей системы на изменение в модели рассматриваемого процесса. Однако при этом ухудшается качество фильтрации помех. Таким образом, выбор коэффициента сглаживания определяет устойчивость алгоритма сглаживания. Возникает задача выбора такого значения α , при котором можно было бы считать алгоритм сглаживания наилучшим. Очевидно, что мера качества алгоритма сглаживания должна выражать близость оценки $M_t^{(n)}$ измеряемого параметра истинному его значению $M_t^{** (n)}$.

Сглаживание и оценивание данных целесообразно осуществлять в виде алгоритма поочередного действия, который можно записать в виде:

$$M_t^{(n)} = M_{t-1} + \alpha \sum_{l=1}^N [y_{t-l} - M_{t-l}^{(n)}],$$

где y_{t-i} – статистические данные за период наблюдения.

Примем в качестве меры оптимальности алгоритма среднеквадратическое отклонение текущего значения сглаженной величины $M_t^{(n)}$ от неизвестного оптимального значения $M_t^{** (n)}$, которые может быть определено по формуле:

$$D[M_t^{(n)}] = M[(M_t^{(n)} - M_t^{** (n)})^2]. \quad (1)$$

Найдем оптимальное значение α , при котором дисперсия оценки минимальна на

каждом шаге $t = 1, 2, \dots, N$.

Обозначим:

$$\left. \begin{aligned} M_t^{(n)} - M_t^{** (n)} &= E(t) \\ y_{t-i} - M_t^{** (n)} &= \xi(i) \end{aligned} \right\},$$

где $M[\xi(i)] = 0$; $M[\xi^2(i)] = \delta^2$.

После необходимых математических преобразований окончательно получим:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{N + \frac{\delta^2}{D[M_0^{(n)}]}};$$

$$D_{min} = \frac{\delta^2}{N + \frac{\delta^2}{D[M_0^{(n)}]}}.$$

Если априорная информация о начальной дисперсии отсутствует, то $D[M_0^{(n)}] = \infty$.
Тогда

$$\alpha_{opt} = 1/N; \quad (2)$$

$$D_{min} [M_t^{(n)}] = \delta^2/N. \quad (3)$$

Из выражений (2), (3) видно, что в случае равноточных измерений наблюдаемой величины постоянная сглаживания зависит лишь от числа наблюдений N . Таким образом, изменяя α в процессе измерений, можно придать процессу сглаживания адаптивный характер.

Определяя дисперсию оценки (1) в зависимости от постоянной сглаживания α , окончательно получим:

$$D[M_t^{(n)}] = M \left[\sum_{i=1}^t (1-\alpha)^{t-i} (y(i) - M_t^{** (n)})^2 \right].$$

В пределе при $t \rightarrow \infty$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D[M_t^{(n)}] = \frac{\alpha}{2-\alpha} \delta^2. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что дисперсия оценки сглаживания исследуемой величины стремится к некоторому пределу, зависящему от постоянной сглаживания α . Так как $0 \leq \alpha \leq 1$, то с увеличением α дисперсия оценки монотонно возрастает (рис. 1).

Таким образом, для увеличения точности прогноза оценки целесообразно выбирать меньшее значение постоянной сглаживания. Однако при уменьшении α снижается быстродействие алгоритма сглаживания. Относительно выбора значений постоянной сглаживания известны следующие рекомендации: $0,5 \leq \alpha \leq 1$ – для процессов, подверженных частым и резким изменениям или воздействию помех; $0,1 \leq \alpha \leq 0,5$ – для более консервативных процессов. Брауном был предложен эвристический метод для нахождения постоянной сглаживания, который был применен для экстраполяции экономического временного ряда:

$$\alpha = 2/N+1, \quad (5)$$

где N – число наблюдений, входящих в интервал сглаживания.

Из сравнения выражений (2) и (5) следует вывод, что аналитически полученное выражение для коэффициента сглаживания весьма близко к полученному Брауном эвристическим методом.

Очевидно, что точность прогнозов не превышает точность исходной информации. При прочих равных условиях прогноз тем точнее, чем короче прогнозируемый период. Известно, что для стационарных процессов достоверность оценок тем выше, чем больше точек, подлежащих усреднению. Для квазистационарных процессов имеется оптимум числа учитываемых точек, последних по времени наблюдения. При учете длительной предыстории объект успевает настолько измениться, что достоверность моделирования начинает падать. Однако при использовании метода экспоненциального сглаживания с выбором постоянной сглаживания α и количества точек предыстории K можно достичь минимальной скорости нарастания ошибки прогноза при увеличении интервала предсказания.

Изменение ошибки предсказания в зависимости от количества точек, участвующих в изучении экспоненциально сглаженных значений, показано на рис. 2. Из рисунка видно, что при любом значении постоянной сглаживания α на данном шаге прогнозирования имеет и место минимум ошибки предсказания (при $K = 7$). Из рис. 2 также видно, что ошибка предсказания увеличивается с ростом α для всех значений K . Анализ этих зависимостей позволяет выбрать оптимальное значение α для данного процесса на каждом шаге прогнозирования.

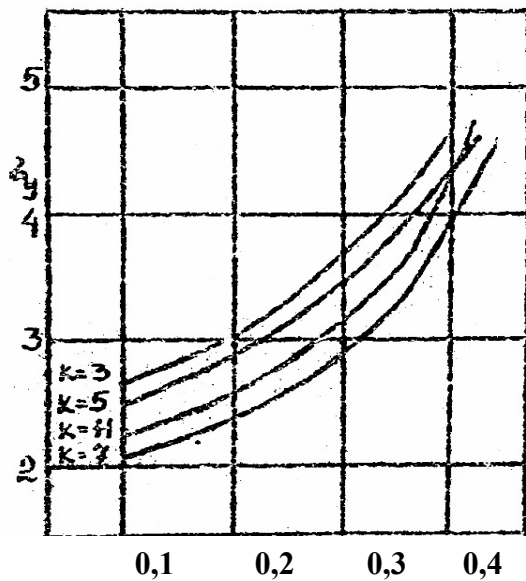


Рис. 1

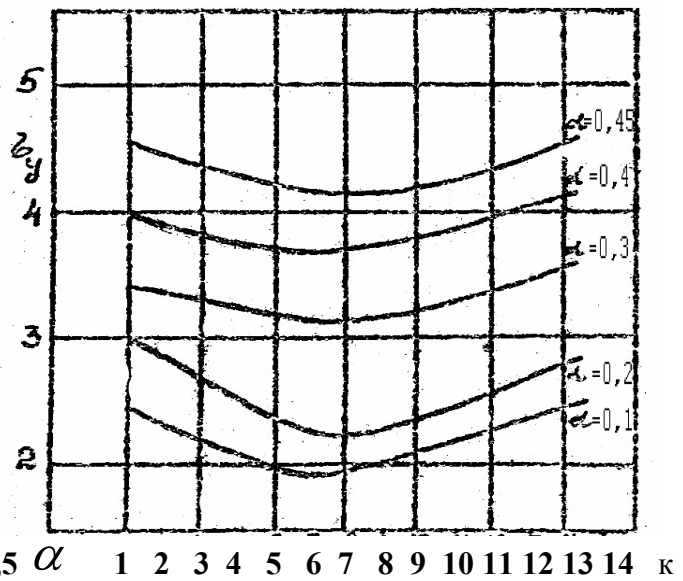


Рис. 2

Таким образом, точность прогноза по методу экспоненциального сглаживания является в определенном смысле управляемым фактором с ограничениями, накладываемыми точностью исходной информации и степенью адекватности используемой модели процесса. Данное преимущество рассмотренного метода прогнозирования позволяет построить алгоритм предсказания, адаптивный прогнозируемому процессу.

Точность предсказания при сравнительно малой предыстории обеспечивается выбором модели процесса оптимальной сложности, оптимальным выбором постоянной сглаживания и количеством учитываемых точек предыстории на каждом шаге прогнозирования в зависимости от характера изменения прогнозируемой величины.

Литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. шк., 2001.
2. Производственная и пожарная автоматика: учебник / А.А. Навацкий [и др.]. М.: Академия ГПС МЧС России, 2007.
3. Сенько Д., Альшевский М. Проблемы оценки эффективности технических средств пожарной сигнализации и автоматики // Алгоритм безопасности. 2007. № 5. С. 50–51.
4. Технические средства систем охранной и пожарной сигнализации / А.Н. Членов [и др.]. М.: Пожкнига, 2008.