
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕССОВ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ГОРЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ

**Ю.Д. Моторыгин, доктор технических наук, доцент;
Д.В. Косенко.
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России**

Рассмотрены особенности применения различных видов математических моделей для оценки развития горения автомобилей. Отмечены их достоинства и недостатки. Кроме использования классических математических моделей, показано, что существует альтернативный подход к исследованию пожарной безопасности – стохастические или вероятностные методы описания процессов. Приведен пример иллюстрирующий возможности анализа развития пожара в автомобиле с помощью конечных цепей Маркова.

Ключевые слова: системный анализ, исследование процессов горения, конечные цепи Маркова, автотранспорт

MATHEMATIC SIMULATION OF FIRE EXTENSION IN THE VEHICLES

**Yu.D. Motorygin; D.V. Kosenko.
Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia**

Features of various kinds of classical mathematical models for an assessment of development of burning of cars are considered. Their merits and demerits are noted. Except use of classical mathematical models, it is shown that exist the alternative approach to research of fire safety – stochastic or likelihood methods of the description of processes. The example illustrating possibilities of the analysis of development of a fire in the car about the help of final Markov chains is given.

Keywords: system analysis, research of processes of burning, finite Markov chains, motor transport

Согласно статистике последних лет количество пожаров автомобилей увеличивается темпами, опережающими рост парка автомобильного транспорта. Для расследования пожаров на автотранспорте необходимо проведение тщательной проверки и установления технических и организационно-технических причин пожара. Данная задача относится к классу диагностических и механизм ее решения связан с моделированием события, имевшего место в действительности, и последующим сопоставлением результатов моделирования с выявленными фактическими данными.

Однако при различных возможных механизмах возникновения и развития пожара в автомобиле его следовая картина может быть практически одинаковой, поскольку криминалистически значимая информация уничтожается в ходе процесса горения, тушения, осмотров, погодных условий и действия времени. На практике важнейшим этапом расследования причины возгорания автомобиля является нахождение очага пожара. Под

очагом пожара понимается место первоначального возникновения горения. В дальнейшем определяются возможные источники зажигания и условия, необходимые для возникновения пожара. Затем различные экспертные версии о механизме возникновения горения анализируются и сопоставляются.

Современная система оценки пожарной опасности включает в себя различные методы стандартных испытаний для определения показателей пожарной опасности [1, 2] и методы исследования динамики горения при полномасштабных испытаниях. Наибольшее применение находят методы стандартных испытаний. Получить полную картину пожарной опасности таким способом довольно сложно, так как испытания проводятся для определения одного показателя пожарной опасности, при этом используются строго фиксированные значения термических воздействий на материалы. Другие пожароопасные свойства оцениваются уже при иных условиях.

Полномасштабные испытания являются дорогостоящими и трудоемкими. Количество проведенных на сегодняшний день натуральных испытаний единично. Провести натурные испытания даже основных пожароопасных ситуаций с применением различных видов пожарной нагрузки также весьма сложно.

В настоящее время используются различные методы модельных описаний [2]. Математические модели пожара условно делятся на детерминированные и стохастические.

Из детерминированных моделей пожаров на автотранспорте могут быть использованы только полевые модели [3–5], в которых вместо одной или нескольких больших зон выделяется большое количество (обычно тысячи или десятки тысяч) небольших контрольных объемов, никак не связанных с предполагаемой структурой потока. Для каждого из этих объемов с помощью численных методов решается система уравнений в частных производных, опирающихся на локальное сохранение импульса, энергии и масс компонентов. Однако система уравнений, описывающих изменения во времени указанных параметров газовой среды в каждой точке пространства внутри помещения чрезвычайно громоздка и под множеством цифр теряется сама физика происходящих процессов. Малейшая ошибка, на каком либо шаге вычислений, может привести к большим погрешностям в конечном результате.

Для расследования причины возникновения пожара на автотранспорте часто требуется более простая модель, позволяющая определить наиболее вероятную зону возникновения горения (очаг пожара).

Среди стохастических математических моделей простотой и ясностью физического смысла выделяются модели, основанные на теории конечных цепей Маркова.

Цепь Маркова – последовательность случайных событий с конечным или бесконечным числом исходов, характеризующаяся тем свойством, что при фиксированном настоящем будущее независимо от прошлого, которое сформировало данное настоящее [6].

Конечной цепью Маркова называется процесс, который переходит из состояния в состояние с определенной вероятностью, так называемой вероятностью перехода. Число этих состояний конечно, а значение вероятности перехода полностью определено состоянием, в котором процесс находится в данный момент времени.

Рассмотрим возможные ситуации возникновения и развития горения на автотранспорте. Для современного автомобиля можно выделить четыре зоны возникновения горения:

- вне автомобиля – рядом (от горящего автомобиля или другого объекта при контакте с ним или с некоторого расстояния), снизу, с опорной площадки (от горячей разлитой жидкости), в гараже или другом помещении, где располагается автомобиль;
- внутри автомобиля – под капотом (в моторном отсеке);
- внутри пассажирского салона;
- в багажном отсеке.

Предположим, что в одной из зон начинается пожар. Тогда возможны следующие ситуации или исходы процесса:

- пожар в одной из зон прекратиться из-за выгорания пожарной нагрузки или отсутствия окислителя (воздуха);
- пожар будет продолжаться в данной зоне;
- горение перейдет в следующую зону.

Вероятность первого события обозначим p , вероятность того, что пожар будет продолжаться в i зоне – q и вероятность третьей ситуации обозначим как r . Поскольку других исходов процесса нет, то $p+q+r=1$. При этом конечная цепь Маркова имеет следующие состояния:

S_1 – пожар прекратился, в одной из зон;

S_2 – выгорел весь объект;

S_3 – горит 4 зона;

S_4 – горит 3 зона;

S_5 – горит 2 зона;

S_6 – горит 1 зона.

Соответствующая матрица переходных вероятностей процесса имеет вид:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p & r & q & 0 & 0 & 0 \\ p & 0 & r & q & 0 & 0 \\ p & 0 & 0 & r & q & 0 \\ p & 0 & 0 & 0 & r & q \end{pmatrix},$$

где номер строки обозначает состояние, из которого происходит переход, а номер столбца – состояние, в которое процесс переходит.

Будем считать, что пожар, перейдя из одной зоны горения автомобиля в другую зону, назад не возвращается. Такие цепи Маркова называются поглощающими [6]. Особенностью поглощающих цепей Маркова является то, что существуют такие состояния, которые являются невозвратными, то есть состояния, попав в которые, нельзя из них выйти.

В любой поглощающей конечной цепи Маркова, независимо от того, где начался процесс, вероятность после n шагов оказаться в невозвратном эргодическом состоянии стремится к единице при $n \rightarrow \infty$.

Удобно придать матрице P несколько иной – канонический вид, объединив все эргодические состояния в одну группу и все невозвратные состояния – в другую группу. Тогда каноническая форма будет:

$$P = \begin{pmatrix} S & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ R & \vdots & Q \end{pmatrix}.$$

Подматрица S размерности 2×2 :

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

относится к процессу развития горения после достижения пожаром поглощающего состояния, подматрица 0 размерностью 4x2 составлена целиком из нулей, подматрица R размерности 2x4 имеет вид:

$$R = \begin{pmatrix} p & r \\ p & 0 \\ p & 0 \\ p & 0 \end{pmatrix}$$

и отвечает переходам из невозвратных в эргодические состояния. Подматрица Q размерности 4x4:

$$Q = \begin{pmatrix} q & 0 & 0 & 0 \\ r & q & 0 & 0 \\ 0 & r & q & 0 \\ 0 & 0 & r & q \end{pmatrix}$$

описывает поведение процесса до выхода из множества невозвратных состояний.

Развитие процесса горения автомобиля можно описать возведением переходной матрицы в следующую степень. При возведении матрицы R во все более высокие степени все элементы подматриц Q стремятся к 0. Подматрица S=I представляет собой единичную матрицу.

Из теории Марковских цепей следует, что среднее время, которое проводит процесс в каждом состоянии, всегда конечно, и что эти средние времена определяются матрицей N, где

$$N=(I-Q)^{-1}.$$

Учитывая, что $p+q+r=1$, и полагая, что $t=r/(p+r)$, получаем:

$$N = \frac{1}{(p+r)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ t & 1 & 0 & 0 \\ t^2 & t & 1 & 0 \\ t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix}.$$

Дисперсия тех же случайных величин определяется матрицей:

$$N_2 = \frac{1}{(p+r)^2} \begin{pmatrix} q & 0 & 0 & 0 \\ qt + t - t^2 & q & 0 & 0 \\ qt^2 + t^2 - t^4 & qt + t - t^2 & 1 & 0 \\ qt^3 + t^3 - t^6 & qt^2 + t^2 - t^4 & qt + t - t^2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Среднее время горения каждой зоны можно найти из матрицы:

$$\tau = \frac{1}{p} \begin{pmatrix} 1-t \\ 1-t^2 \\ 1-t^3 \\ 1-t^4 \end{pmatrix}.$$

Вероятность прекращения пожара или перехода в следующую зону определяется:

$$B = \begin{pmatrix} 1-t & t \\ 1-t^2 & t^2 \\ 1-t^3 & t^3 \\ 1-t^4 & t^4 \end{pmatrix}.$$

Для примера рассмотрим вариант, когда вероятность того, что пожар в одной из зон прекратиться $p=0,3$, вероятность продолжения пожара в данной зоне $q=0,1$ и вероятность перехода горения в следующую зону $r=0,6$.

Тогда:

$$N = \begin{pmatrix} 1,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0,937 & 1,25 & 0 & 0 \\ 0,703 & 0,937 & 1,25 & 0 \\ 0,527 & 0,703 & 0,937 & 1,25 \end{pmatrix}.$$

Вероятность того, что объект выгорит полностью, то есть выгорят все четыре зоны, зависит только от отношения $r/(p+r)$. Это отношение представляет собой вероятность того, что пожар перейдет в следующую зону (а не прекратит горение в данной зоне) при условии, что пожарная нагрузка в этой зоне выгорит полностью (горение в данной зоне не возобновится). При этом не накладывается никаких ограничений на время горения в каждой зоне. Нули матрицы N показывают, что в выгоревших зонах пожар не возобновится. В соответствии с нижней строкой фундаментальной матрицы N следует, что если пожар начался в первой зоне и в этой же зоне прекратился, то среднее время пожара будет составлять 1,25 единиц времени. Если пожар перешел во вторую зону и в этой зоне потух, то получаем среднее время пожара во второй зоне – 1,25 единиц времени (вторая строка снизу матрицы N). При переходе горения в третью зону (нижняя строка матрицы N) среднее время горения во второй зоне будет 0,937 единиц времени. То есть при полном выгорании объекта, начавшего гореть из первой зоны, первая зона будет гореть 1,25, вторая – 0,937, третья – 0,703 и четвертая – 0,527 единицы времени:

$$N_2 = \begin{pmatrix} 0,313 & 0 & 0 & 0 \\ 0,527 & 0,313 & 0 & 0 \\ 0,56 & 0,527 & 0,313 & 0 \\ 0,513 & 0,56 & 0,527 & 0,313 \end{pmatrix}$$

наибольшая дисперсия при любом начальном состоянии возрастает при переходе пожара из зоны в зону:

$$\tau = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 2,188 \\ 2,891 \\ 3,418 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0,313 \\ 0,84 \\ 1,84 \\ 3,259 \end{pmatrix}.$$

Среднее время горения тем больше, чем больше число переходов пожара из зоны в зону, причем дисперсия среднего времени горения первой зоны гораздо больше, чем второй:

$$B = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,75 \\ 0,438 & 0,562 \\ 0,578 & 0,422 \\ 0,684 & 0,316 \end{pmatrix},$$

то есть при переходе пожара в третью зону вероятность выгорания всего объекта становится больше 59 %.

Таким образом, стохастическое моделирование процессов горения позволяет получить следующие важные результаты:

- определить наиболее вероятную зону возникновения горения (очаг пожара) автотранспортного средства;
- оценить относительное время достижения полного выгорания автомобиля или его зон в зависимости от пожарной нагрузки и условия воздухообмена;
- рассчитать вероятность прекращения горения на определенных стадиях в каждой зоне горения.

Модели, предложенные в статье, могут быть использованы Государственной противопожарной службой для расследования пожаров и страховыми компаниями для оценки пожарных рисков.

Литература

1. Расследование пожаров: учеб. / В.С. Артамонов [и др.]. СПб.: С.-Петербург. ун-т ГПС МЧС России, 2007. 562 с.
2. Прогнозирование опасных факторов пожара: учеб. пособие / Ю.Д. Моторыгин [и др.]. СПб.: Астерион, 2013. 108 с.
3. Кошмаров Ю.А., Рубцов В.В. Процессы нарастания опасных факторов пожара в производственных помещениях и расчет критической продолжительности пожара. М.: МИПБ МВД России, 1999. 89 с.
4. Cox G. Compartment fire modeling. Combustion Fundamentals offire. ISBN0-12-194230. Academic Press. 1995. 520 p.
5. Применение полевого метода математического моделирования пожаров в помещениях: метод. рекомендации. М.: ВНИИПО, 2003. 35 с.
6. Кемени Д., Снелл Д. Конечные цепи Маркова. М.: Наука, 1970. 271 с.