ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ МНОГОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ В ШУМАХ СВЕРХНИЗКИХ ЧАСТОТ

В.В. Пусь, доктор технических наук, профессор;
А.В. Иванов, кандидат технических наук;
Т.В. Данилова.
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России

Обсуждается задача обработки многопозиционных последовательных многочастотных сигналов в шумах сверхнизких частот. Методом статистических испытаний оценены робастные процедуры накопления элементов последовательных многочастотных сигналов, основанные на предварительном преобразовании наблюдений с помощью известных весовых функций Хьюбера, Эндрюса, Хемпела и др. При моделировании сверхнизких частот шума использована модель Филда-Люинстайна – аддитивное представление сверхнизких частот шума в виде гауссовой шумовой компоненты и импульсной компоненты со степенной лапласовой плотностью. Показано, что обработка наблюдений с цензурированием элементов последовательных многочастотных сигналов эффективнее других процедур практически во всех рассмотренных случаях.

Ключевые слова: обнаружение с распознаванием (классификация) сигналов, робастная обработка элементов последовательного многочастотного сигнала, тест Фишера

EFFECTIVENESS OF SYSTEMS FOR PROCESSING SUCCESSIVE MULTIFREQUENCY SIGNALS IN THE EXTREMELY LOW FREQUENCIES NOISE

V.V. Pus'; A.V. Ivanov; T.V. Danilova.
Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

We discuss the problem of processing multiposition sequential multifrequency signals in the extremely low frequencies noise. Monte Carlo studies investigated robust procedures accumulation of elements sequential multifrequency signal based on preliminary observations transformation using known weight functions Huber, Andrews, Hempel and others. In the simulation of the extremely low frequencies noise Field-Lewinstein model used – additive representation extremely low frequencies noise in the form of a Gaussian noise component and pulse components with power Laplace density. Shown that treatment of censored observations elements sequential multifrequency signal more effective than other treatments in almost all cases considered.

Keywords: detection with distinguishing (classification) signals, robust processing elements of successive multifrequency signal, Fisher's test

Единая государственная система предупреждений и ликвидации чрезвычайных ситуаций (РСЧС) решает большой круг задач, охватывающий все сферы деятельности экономики страны.

Для глобального управления, обеспечения информационного обмена в РСЧС применяются различные средства связи и передачи данных, начиная от космической и радиосвязи и заканчивая телефонными сетями, что в значительной степени объясняется большой протяженностью трасс передачи и приема данных, многообразием климатических и геофизических условий.

Одним из требований, предъявляемых к радиосвязи, является защищенность от естественных и организованных помех. Наиболее полно это требование удовлетворяется использованием сложных (широкополосных) сигналов, среди которых особое внимание уделяется последовательным многочастотным (ПМЧ) сигналам [1]. Метод обработки таких сигналов, инвариантный (нечувствительный) к интенсивности гауссового шума, предложен в работе [2].

Перспективной для геоинформационного обмена является сверхнизкочастотная (СНЧ) радиосвязь. Основное преимущество СНЧ радиоволн заключается в их малом затухании в сферическом волноводе «Земля-ионосфера» (порядка 2–3 дБ/1000 км) и слабой зависимости параметров их распространения от рельефа и магнитных бурь.

Возможность проникновения СНЧ электромагнитных полей до глубин 60–70 м обусловила их использование в специальных системах связи и управления.

Перспективным использованием СНЧ передающего устройства в рамках конверсионной политики России является проведение электромагнитного мониторинга, то есть долговременных систематических наблюдений на отдельных объектах с целью выявления динамики развития тех или иных процессов в среде. При этом может проводиться прогнозирование горных ударов в рудниках, изучение предвестников землетрясений, осуществляться контроль над устойчивостью крупных гидротехнических сооружений, атомных станций и др.

Выполненные в 1995 г. по инициативе МЧС России контрольные измерения на Кисловодском сейсмо-прогностическом полигоне, удаленном от СНЧ передающего устройства на 2,5 тыс. км, дали вполне удовлетворительные результаты измерений по повторяемости данных из цикла в цикл, со средней погрешностью наблюдений, не превышающей 6 % [3].

Цель работы – изучение эффективности робастных методов обработки элементов ПМЧ сигнала в СНЧ шумах.

В настоящее время в литературе описано большое разнообразие моделей атмосферных помех в СНЧ диапазоне [4–6]. Среди них модель Филда-Люинстайна [7] достаточно обоснована теоретически и дает хорошее согласие с экспериментом. В соответствии с этой моделью СНЧ шумовая компонента (Z) является аддитивной смесью шумовой компоненты (X) с гауссовой плотностью:

$$p_1(x)=[(2\pi)^{1/2}\sigma]^{-1}\exp(-x^2/2\sigma^2), \qquad (1)$$

и импульсной компоненты (Y) со степенной лапласовой плотностью:

$$p_2(y)=\mathrm{a}(2\mathrm{R}^{\mathrm{a}})^{-1}\, y^{\mathrm{a}-1}\exp(-|y/R|^{\mathrm{a}}), \qquad (2)$$

при этом плотность распределения СНЧ шума определяется сверткой плотностей (1) и (2):

$$p(z) = a\left[2(2\pi)^{\frac{1}{2}}R^{a}\sigma\right]^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}|z-x|^{a-1}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}-\left|\frac{z-x}{R}\right|^{a}\right)dx. \qquad (3)$$

Дисперсии (D) распределений (1–3) соответственно равны:

$$D(X)=\sigma^2,\quad D(Y)=R^2\Gamma(1+2/\mathrm{a}),\quad D(Z)=\sigma_z^2=\sigma^2+R^2\Gamma(1+2/\mathrm{a}),$$

где Γ(·) – гамма-функция.

Параметр a в (2) характеризует «пиковость» распределения, а параметр γ^2, равный:

$$\gamma^2=D(Y)/D(X)=R^2\Gamma(1+2/\mathrm{a})/\sigma^2, \qquad (4)$$

– «импульсность» – отношение энергий импульсной и шумовой компонент. В совокупности эти два параметра достаточно полно определяют структуру СНЧ шума. Для типичных условий параметры a и γ СНЧ шума принимают значения: $0{,}25 \le a \le 0{,}5$ и $1{,}2 \le \gamma \le 4{,}4$ [8].

Аналитический анализ модели СНЧ шума Филда-Люинстайна достаточно сложен, поскольку совместное распределение шумовой и импульсной компонент представимо только в интегральной форме. Между тем моделирование указанного шума в рамках статистического эксперимента (по методу Монте-Карло) не вызывает технических затруднений, а высокое быстродействие современных ноутбуков обеспечивает необходимую точность (скажем, точность два знака после запятой достигается, как хорошо известно, при объеме испытаний $NN \approx 10000$) [9].

Методика моделирования СНЧ шумов и системы обнаружения с различением многопозиционных ПМЧ сигналов

Все алгоритмы обработки, исследуемые методом статистических испытаний, инвариантны к интенсивности шума (масштабному параметру наблюдений). Поэтому при моделировании использовались стандартизованные случайные величины – величины, нормированные среднеквадратичным отклонением σ – шумовой компоненты или среднеквадратичным отклонением σ_z суммарного колебания (шумовой и импульсной компонент):

$$\sigma_z=\sigma(1+\gamma^2)^{1/2}, \tag{5}$$

где $\gamma^2=\sigma_y^2/\sigma_x^2$, (4).

После нормировки среднеквадратичным отклонением σ плотности (1), (2) записываются как (в обозначении плотностей $p(\cdot)$ вместо нижних индексов (1), (2) указано среднеквадратичное отклонение σ, которым нормируется случайная величина):

$$p_\sigma(x)=(2\pi)^{-1/2}\exp(-x^2/2), \tag{6}$$

$$p_\sigma(y)=(a/2)\, y^{a-1}\, [\gamma^{-2}\Gamma(1+2/a)]^{a/2} \exp(-[y^2\gamma^{-2}\Gamma(1+2/a)]|^{a/2}). \tag{7}$$

Аналогичным образом, после нормировки среднеквадратичным отклонением σ_z, имеем:

$$p\sigma_z(x)=(2\pi)^{-1/2}\,(1+\gamma^2)^{1/2} \exp(-(1+\gamma^2)x^2/2), \tag{8}$$

$$p\sigma_z(\mathrm{y})=(a/2)\, y^{a-1}\, [(1+1/\gamma^2)\,\Gamma(1+2/a)]^{a/2},$$

$$\exp(-[y^2(1+1/\gamma^2)\,\Gamma(1+2/a)]^{a/2}. \tag{9}$$

При моделировании СНЧ шумов (суммы (Z) шумовой (X) и импульсной (Y) компонент: $Z=X+Y$), шумовая компонента X, в соответствии с (6), должна вырабатываться генератором стандартной нормальной величины $x_{ст}$ ($x_{ст} \sim N(0,1)$) или же, в соответствии с (8), быть стандартной нормальной величиной, нормированной отношением среднеквадратичных отклонений $\sigma_z/\sigma=(1+\gamma^2)^{1/2}$, то есть величиной $x_{ст}/(1+\gamma^2)^{1/2}$.

Для генерации чисел U, равномерно распределенных в интервале (0, 1), использовался комбинированный генератор Лекюэра [10, 11]. Он эффективно работает с малоразрядной (16- или 32-битной) арифметикой, характерной для персональных компьютеров, имеет существенно больший период ($\sim 2,\ 3\cdot 10^{18}$) и обладает лучшими статистическими свойствами, чем входящие в его состав мультипликативные линейные конгруентные генераторы, обычно используемые для тех же целей самостоятельно.

Во многих учебниках [12, 13] для преобразования двух равномерно распределенных на интервале (0, 1) чисел U_1 и U_2 в две независимые величины X_1 и X_2, имеющие стандартное нормальное распределение, рекомендуется алгоритм Бокса-Мюллера [14]:

$$X_1=(-2\ln U_1)^{1/2}\sin(2\pi U_2), \tag{10}$$

$$X_2=(-2\ln U_1)^{1/2}\cos(2\pi U_2).$$

Однако мультипликативный линейный конгруентный генератор в сочетании с преобразованием (10) Бокса-Мюллера, математически безупречного, но использующего периодические sin (cos) функции, вырабатывает коррелированные числа.

Поэтому в статистических экспериментах в качестве генератора стандартных нормальных чисел использовался вышеупомянутый генератор Лекюэра в сочетании с аппроксимацией рациональной функцией обратного преобразования функции стандартного нормального распределения [15].

При моделировании импульсной компоненты СНЧ шума в качестве первичного использовался генератор лапласово распределенных величин X_L (с плотностью $p(x)=(1/2)\exp(-|x|)$, называемой иногда двойной экспоненциальной), вырабатывающий с помощью генератора Лекюэра числа:

$$X_L=\ln(2U),\quad X_L\le 0,\quad 0<U\le 0{,}5, \tag{11}$$

$$X_L=-\ln(2-2U),\quad X_L>0,\quad 0{,}5<U<1.$$

Алгоритм (11) получен инверсией функции распределения Лапласа ($F(X)=(1/2)\exp(x)$ для $x<0$ и $F(X)=1-(1/2)\exp(x)$, $x>0$).

Импульсная компонента (Y) СНЧ шума формировалась из лапласовых чисел X_L преобразованием:

$$Y=\mathrm{sign}(\mathrm{I}_U)\,\gamma\,|X_L|^{1/\mathrm{a}}/[\Gamma(1+2/\mathrm{a})]^{1/2}, \tag{12}$$

при нормировке σ (7) или

$$Y=\mathrm{sign}(\mathrm{I}_U)|X_L|^{1/\mathrm{a}}/[(1+1/\gamma^2)\Gamma(1+2/\mathrm{a})]^{1/2}, \tag{13}$$

при нормировке σ_z (9).

В (12) и (13) функция $\mathrm{sign}(\mathrm{I}_U)$ равна –1, если $0<U\le 0{,}5$ и 1, если $0{,}5<U<1$.

СНЧ шум затем моделировался суммированием соответствующих шумовой и импульсной компонент:

$$Z=X+Y. \tag{14}$$

Моделирование системы обнаружения с различением (классификации) M-позиционных ПМЧ сигналов, каждый из которых состоит из N элементов, основано на предположении, что за длительность ПМЧ сигнала фаза элементов хотя и неизвестна, но постоянна, и элементы сигнала в каждом канале (его синфазной и квадратурной ветвях приема) накапливаются когерентно, пропорционально амплитуде (шум накапливается пропорционально дисперсии). При этом выигрыш по мощности равен N (числу элементов ПМЧ сигнала), то есть $h_{\text{вых}}^2=N\cdot h_{\text{вх}}^2$. Поэтому, задавшись уровнем накопленного сигнала $h_{\text{вых}}$=4–6 (отношением сигнал-шум по напряжению), достаточным для удовлетворительной работы системы классификации в качестве оконечного или промежуточного устройства, можно найти, в соответствии со сказанным, исходный уровень сигнала на входе – $h_{\text{вх}}=h_{\text{вых}}/N^{1/2}$.

Накопление N элементов ПМЧ сигнала в каждом из r (=1, …, M) каналов системы классификации производилось по алгоритмам:

а) в канале, в котором отсутствует сигнал, в синфазной ветви:

$$X_r = \sum_{q=1}^{N} \xi_q ,$$

в квадратурной ветви:

$$Y_r = \sum_{q=1}^{N} \zeta_q ;$$

б) в канале с сигналом, в синфазной ветви:

$$X_r = \sum_{q=1}^{N} (\xi_q + h_{bx} \cos(2\pi\theta)) ,$$

в квадратурной ветви:

$$X_r = \sum_{q=1}^{N} (\zeta_q + h_{bx} \sin(2\pi\theta)) ,$$

где ξ_q, ζ_q – независимые отсчеты СНЧ шума (с заданными параметрами a и γ, сформированными по правилу (14); θ – равномерно распределенные в интервале (0, 1) числа (от датчика Лекюэра).

Затем накопленные значения X_r и Y_r возводились в квадрат и суммировались (аналог квадратичного детектирования); из отсчетов $Z_r = X_r^2 + Y_r^2$ формировалась статистика:

$$Z_{max} = \sum_{r=1}^{N} Z_r >< C \qquad (15)$$

и сравнивалась с порогом C [2].

Если цель моделирования – исследование эффективности тех или иных внутренних (додетекторных) обработок, то операции накопления элементов ПМЧ сигнала предшествовало их преобразование, например, упорядочение элементов по ранжиру, затем, скажем, цензурирование (отбрасывание) нескольких меньших или больших значений и пр.

Оценка эффективности системы классификации ПМЧ сигналов, внешней обработкой которой является тест Фишера, внутренней – робастное оценивание параметра сдвига

Обработка многопозиционных некогерентных ПМЧ сигналов сводится к синхронному накоплению (приему в целом) его элементов в синфазных и квадратурных ветвях приема:

$$X_r(Y_r) = \sum_{q=1}^{N} X_{rq}(Y_{rq}), \qquad r = 1, \dots, M. \qquad (16)$$

и, скажем, квадратичному детектированию результата накопления на выходах квадратурных каналов:

$$Z_r = X_r^2 + Y_r^2, \qquad r = 1, \dots, M . \qquad (17)$$

Обработка (16) названа внутренней обработкой, обработка (17) с последующим выбором максимального сигнала – внешней обработкой системы классификации многопозиционных сигналов.

В работе [2] установлено, что оптимальной внешней обработкой при гауссовом шуме неизвестной интенсивности является тест (15) Фишера.

Какова эффективность теста Фишера, если отсчеты X_{rq}, Y_{rq}, r=1, …, M, q=1, …, N негауссовы, описываются моделью Филда-Люинстайна и какие необходимо принять меры для ее поддержания на уровне, характерном для гауссовых шумов?

Внутренняя обработка (16) является оценкой (с точностью до константы $1/N$) среднего значения для компоненты X (соответственно Y). При наличии выбросов (что характерно для наблюдений из распределений с длинными «хвостами») оценка среднего в форме (16) дает значительную погрешность.

В статистике выработан ряд приемов для сглаживания аномальных наблюдений при оценке параметра сдвига. Их называют робастными (robust – устойчивый, крепкий) или устойчивыми методами оценивания [16–18].

Одними из первых предложены процедуры усечения (trimming) оценки среднего значения или ее уинзоризации (winsorization – в честь сэра C.P. Winsor, активно рекомендовавшего эту процедуру при анализе данных [19]). Интерес к этим процедурам сохраняется и поныне [20].

Пусть N наблюдений x (для иллюстрации ограничимся одной этой компонентой) упорядочены в возрастающем порядке:

$$X_1 < X_2 < \cdot\cdot\cdot < X_N \,. \tag{18}$$

Тогда арифметическое среднее определяется выражением:

$$\bar{x} = (X_1 + X_2 + \cdot + X_N) \,/\, N \,; \tag{19}$$

симметрично усеченное среднее:

$$x_{tr} = (X_{r+1} + \cdot + X_{N-r}) \,/\, (N-2r); \tag{20}$$

уинзоризованное среднее:

$$x_{Win} = (rX_{r+1} + X_{r+1} + \ldots + X_{N-r} + rX_{N-r}) \,/\, N. \tag{21}$$

Оценка среднего значения, сформированная по правилу (20), названа «усеченной», как перевод с англ. «trimmed» (trim – подрезать, подравнивать), аналогичное название использовано в [21]. Термин «trimmed» переведен как «урезанный» [16, 18], а в работе [22, с. 704] – как «обрубленный» (термину «урезанный» соответствует англ. «truncated»).

В статистике термины «урезание» и «цензурирование» (отбрасывание) различаются [22, п. 32.1]. Поскольку «цензурирование» есть свойство выборки, тогда как урезание есть свойство распределения» [22, с. 700], операцию отбрасывания нескольких наблюдений будем называть цензурированием (именно после двустороннего цензурирования ряда (18) из оставшихся наблюдений сформировано усеченное среднее).

В других робастных процедурах (только в [23] их приведено несколько десятков) наблюдения предварительно преобразовываются с помощью некоторой весовой функции (функции влияния ψ [16, 24]) таким образом, чтобы оценка среднего

$$N\bar{x}_{rob} = \sum_{q=1}^{N} \psi(X_q)$$

была защищена от влияния небольшой доли (~ 5–10 %) присутствующих в выборке выбросов).

В качественном плане существуют четыре основных способа воздействия на резко выделяющиеся наблюдения: ограничение его влияния, плавное удаление, жесткое удаление и отсутствие какой бы то ни было обработки.

Для выборочного среднего (19) функция ψ тождественно равна единице, то есть наблюдения суммируются непреобразованными ($\psi(x)=x$).

Наиболее известными, хорошо изученными и обеспечивающими высокую эффективность являются функции:

а) Хьюбера [1, 18]

$$\psi(x)=\begin{cases} -a, & x<-a \\ x, & |x|\le a \\ a, & x>a, \quad a=1,5; \end{cases} \tag{22}$$

б) Эндрюса [23, 26]

$$\psi(x)\begin{cases} \sin(x/\mathrm{a}), & |x|<a\pi \\ 0, & |x|>a\pi,\ a=2; \end{cases} \tag{23}$$

в) Хемпела [23, 24]

$$\psi(x)=\begin{cases} |x|, & 0\le|x|<a, \quad a=1,7, \\ a, & a\le|x|<b, \quad b=3,7, \\ \mathrm{sign}(x)\cdot\{(c-|x|)a/(c-b), & b\le|x|<c, \quad c=8,5 \\ 0, & |x|>c; \end{cases} \tag{24}$$

г) Тьюки [17, 27]

$$\psi(x)=\begin{cases} x[1-(x/a)^2]^2\ , & |x|\le a, \\ 0, & |x|>a,\ a=6; \end{cases} \tag{25}$$

д) более ранние, Смита [16, с. 185]

$$\psi(x)=\begin{cases} x[1-(x/a)^2], & |x|\le a, \\ 0, & |x|>a; \end{cases} \tag{26}$$

е) Д. Бернулли [16, с. 185]

$$\psi(x)=\begin{cases} x[1-(x/a)^2]^{1/2}, & |x|\le a, \\ 0, & |x|>a; \end{cases} \tag{27}$$

ж) тангенсные (*th*) [16, с. 1

$$\psi(x)=\begin{cases} x, & 0\le|x|\le p, \\ \mathrm{sgn}(x)[A(k-1)]^{1/2}\ th[0,5(k-1)B^2/A)^{1/2}(r-|x|)], & p\le|x|\le r \\ 0, & |x|\ge r, \end{cases} \tag{28}$$

значения соответствующих параметров, которых шесть вариантов, сведены в табл. 1.

Характерной особенностью всех этих преобразований является линейная (или близкая к ней) передача малых и умеренных значений выборочных данных, ограничение и полное цензурирование больших и экстремальных значений.

Можно сказать, что по механизму действия все преобразования (22–28) в какой-то степени подобны наиболее простому преобразованию Эндрюса, когда отрицательные выборочные значения принимают значения (преобразуются в) $\sin(x/a)$ (a – масштабный параметр) только в области задания отрицательной полуволны, а положительные значения – только в области задания положительной полуволны, остальные наблюдения отбрасываются.

Таблица 1. **Параметры тангенсных оценок (*th*) [16, с. 195]**

R	*k*	*A*	*B*	*P*	Вариант
3	4,0	0,49	0,63	1,10	1
	4,5	0,60	0,71	1,30	2
	5,0	0,68	0,77	1,47	3
4	4,0	0,73	0,82	1,44	4
	4,5	0,80	0,88	1,63	5
	5,0	0,86	0,91	1,80	6

Для выборки объема 4–20 Хон [28] предложил две простые и эффективные робастные оценки среднего, основанные на двух и четырех порядковых статистиках:

$$N=4, \qquad (X_1+X_2)/2 \quad \text{и} \quad (X_1+X_2+X_3+X_4)/4;$$

$$N=8, \qquad (X_2+X_7)/2 \quad \text{и} \quad (X_2+X_3+X_6+X_7)/4; \tag{29}$$

$$N=16, \qquad (X_4+X_{13})/2 \quad \text{и} \quad (X_4+X_5+X_{12}+X_{13})/4.$$

Эффективность робастных процедур (20), (21), (22–29) при их использовании в качестве внутренней обработки системы классификации ПМЧ сигналов (внешняя обработка – тест (15) Фишера) в шумах Филда-Люинстайна с параметром «пиковости» a=0,25 и отношением среднеквадратичных отклонений импульсной и шумовой компонент $\gamma=2{,}4$ оценивалась методом Монте-Карло по $NN=10000$ испытаний для числа позиций ПМЧ сигнала $M=4(x_2)32$ и отношений сигнал-шум $h_{\text{вх}}=(h_{\text{вых}}=6)/[M(1+\gamma^2)]^{1/2}$.

Статистический эксперимент выполнялся по следующей методике:

1. Датчиками гауссового и степенного лапласового стандартизованных шумов (нормированных суммарным среднеквадратичным отклонением σ_z (5) генерировались две пары случайных чисел (U_1 , V_1) и (U_2 , V_2), из внутренних сумм которых ($X=U_1+V_1$, $Y=U_2+V_2$) формировались матрицы $mc[k,j]=mrc[k,j]$ и $ms[k,j]=mrs[k,j]$ (где $k=1, \ldots, M$, $j=1, \ldots, M$, то есть $N=M$) синфазных (косинусных) и квадратурных (синусных) случайных чисел, распределенных по закону (3) (модель Филда-Люинстайна).

2. Элементы матриц $mrc[k,j]$ и $mrs[k,j]$ или преобразовывались в соответствии с одной из функций (22–28), или для процедур (20), (21) и (29) упорядочивались по строкам в возрастающем порядке, затем соответственно цензурировались, уинзоризировались и обнулялись по строкам, за исключением порядковых статистик, необходимых для формирования оценок (29).

3. Датчиком Лекюэра генерировалась случайная величина U, равномерно распределенная между 0 и 1, и формировались косинусный и синусный сигнальные элементы: $h_c=h_{\text{вх}}\cos(2\pi U)$ и $h_s=h_{\text{вх}}\sin(2\pi U)$.

4. Две строки матриц, допустим первые $mrc[1, j]$ и $mrs[1, j]$, резервировались, и на их место записывались сумма шумовой и сигнальной компонент: $mrc[1, j]=mc[1, j]+h_c$, $mrs[1, j]=ms[1, j]+h_s$.

5. Элементы строк $mrc[1, j]$ и $mrs[1, j]$ преобразовывались, согласно п. 2.

6. Элементы матриц $mrc[k, j]$ и $mrs[k, j]$ суммировались по строкам, результаты суммирования возводились в квадрат и квадраты двух одноименных строк матриц mrc и mrs складывались, то есть формировались отчеты (17): $Z_r=X_r^2+Y_r^2$, $r=1, \ldots, M$.

7. Из чисел Z_r, $r=1, \ldots, M$ формировалась статистика (15) Фишера: $F=Z_{\max} / (Z_1+\cdots Z_M)$, которая сравнивалась с порогом C ([2], табл. 2). Результаты сравнения фиксировались (если номера строк $Z_{\max}$ и сигнала совпадали и $F>C$ – правильный (ая) выбор (классификация); если – не совпадали и $F>C$ – трансформация; если $F<C$ – стирание.

8. Две строки матрицы с сигналом $mrc[k, j]$ и $mrs[k, j]$ восстанавливались зарезервированными строками с преобразованными шумовыми числами.

9. Далее, в соответствии с п. 4, выбирались для сигнала две новые строки матриц mrc и mrs, допустим вторые и пп. 4–8 выполнялись до полного перебора всех строк матриц mrc и mrs.

Это позволило сократить общее число генераций матриц шума и соответствующих преобразований (пп.1–3) с NN до NN/M, без потери точности и качества эксперимента (п. 7 выполнялся NN раз).

Таблица 2. **Вероятность правильного выбора для обработок (20), (21), (22–27). Модель СНЧ шума Филда-Люинстайна, a=0,25**

γ	*M*	$h_{вх}$	Ценз	Уинзор	Хубер	Эндрю	Хемпл	Тьюки	Смит	Бернул
1	4	2.12	$.44_0$	$.44_0$	.21	.33	.27	.27	.36	.40
	8	1.50	$.80_1$	$.70_1$	.67	.74	.72	.71	.76	.77
	16	1.06	$.89_1$	$.83_1$	.86	.87	.88	.87	.87	.87
	32	.75	$.93_2$	$.88_1$	.90	.91	.91	.91	.91	.90
2	4	1.34	$.38_1$	$.38_0$	.35	.35	.38	.34	.36	.37
	8	.95	$.73_1$	$.65_1$	.70	.67	.71	.69	.67	.65
	16	.67	$.85_2$	$.77_1$	.81	.79	.82	.82	.78	.75
	32	.47	$.90_3$	$.77_1$	.84	.82	.85	.85	.81	.78
4	4	.73	$.35_1$	$.33_1$	.28	.28	.29	.28	.29	.29
	8	.51	$.65_2$	$.56_1$	.43	.42	.44	.46	.40	.36
	16	.36	$.79_2$	$.60_1$	.49	.46	.50	.54	.44	.36
	32	.26	$.84_3$	$.59_1$	.51	.48	.52	.57	.45	.35

Для сокращения записи в табл. 2, 3 нуль перед дробью опущен, а вместо запятой использована точка, например дробь .04 следует понимать как 0,04.

Таблица 3. **Вероятность правильного выбора для обработок (28), (29). Модель СНЧ шума Филда-Люинстайна, a=0,25**

γ	M	hвх	th1	th2	th3	th4	th5	th6	Хон2	Хон4
1	4	2.12	.04	.06	.09	.15	.20	.25	.37	.44
	8	1.50	.30	.40	.50	.61	.68	.72	.67	.76
	16	1.06	.701	.781	.82	.85	.87	.88	.81	.85
	32	.75	.852	.881	.90	.91	.91	.91	–	–
2	4	1.34	.21	.29	.34	.35	.38	.40	.31	.38
	8	.95	.66	.72	.73	.73	.73	.72	.59	.70
	16	.67	.85	.86	.86	.85	.84	.83	.76	.81
	32	.47	.89	.88	.88	.87	.87	.86	–	–
4	4	.73	.34	.33	.33	.32	.31	.31	.23	.29
	8	.51	.61	.57	.54	.52	.49	.47	.47	.36
	16	.36	.72	.68	.65	.62	.58	.55	.68	.61
	32	.26	.74	.70	.68	.64	.60	.57	–	–

Результаты статистического эксперимента – вероятностей правильного выбора – приведены в табл. 2, 3, где в названиях соответствующих робастных обработок использованы сокращенные фамилии их авторов, аббревиатурами *th*1–*th*6 обозначены варианты тангенсных обработок (табл. 3), а «Хон2», «Хон4» (табл. 3) – варианты обработки (29), с двумя и четырьмя порядковыми статистиками.

В табл. 2 для цензурированных и уинзоризированных наблюдений приведен только лучший показатель (большая вероятность), при этом нижний индекс дроби (индекс «1» в дроби $.80_1$ и 70_1) в столбцах «Ценз» и «Уинзор» указывает, сколько элементов в начале и конце вариационного ряда (18) в обработках (20), (21) цензурировано и уинзоризировано (в данном примере по одному элементу – наименьший и наибольший элементы).

Анализ результатов статистического эксперимента показывает, что обработка наблюдений с цензурированием элементов ПМЧ сигнала эффективнее других процедур практически во всех рассмотренных ситуациях (за исключением отдельных точек при γ=2, когда те или иные тангенсные процедуры имеют несколько лучший показатель).

Методом статистических испытаний (методом Монте-Карло) оценена эффективность внутренней обработки (накопления) ПМЧ сигналов в СНЧ шумах. В качестве модели СНЧ шума использована модель Филда-Люинстайна, согласно которой СНЧ шумовая компонента представляет собой аддитивную смесь гауссовой шумовой компоненты и импульсной компоненты со степенной лапласовой плотностью.

Для сглаживания аномальных наблюдений – формирования робастных (устойчивых) процедур накопления элементов ПМЧ сигнала, наблюдения предварительно преобразовывались с помощью весовых функций (функций влияния), в качестве которых при моделировании использовались цензурирование, уинзоризация данных, преобразования Хьюбера, Эндрюса, Хемпела и др.

Статистический эксперимент показал, что наиболее эффективной является процедура цензурирования – отбрасывания нескольких наибольших и наименьших наблюдений выборки.

Литература

1. Пусь В.В. Инвариантный прием последовательных многочастотных сигналов I // Проблемы управления рисками в техносфере. 2010. № 2 (14). С. 75–82.

2. Пусь В.В. Инвариантный прием последовательных многочастотных сигналов II // Проблемы управления рисками в техносфере. 2010. № 3 (15). С. 73–81.

3. Кононов Ю.М., Жамалетдинов А.А. Системы СНЧ-радиосвязи и мониторинга среды: перспективное направление конверсионной политики России // Информост «Радиоэлектроника и телекоммуникации». 2002. № 3 (21). С. 4–6.

4. Осинин В.Ф. Радиошумы естественных источников на востоке СССР. М.: Наука, 1982. 161 с.

5. Ремизов Л.Т. Естественные помехи. М.: Наука, 1985. 200 с.

6. Флуктуации электромагнитного поля Земли в диапазоне СНЧ / М.С. Александров [и др.]. М.: Наука, 1972. 196 с.

7. Field E.C., Lewinstein M. Amplitude probability Distribution Model for VLF-ELF Atmospheric Noise // IEEE Trans.Commun. 1978. V. 18. № 1. P. 83–87.

8. Raab F.H. Processing for Throughn – the – Earth Electromagnetic Systems // IEEE Trans. Ind.Appl. 1988. V. 24. № 2. P. 212–216.

9. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) / Н.П. Бусленко [и др.]. М.: ГИФМЛ, 1962. 332 с.

10. Bratley P., Fox B.I., Schrage L.E. A guide to simulation. 2 ed. New York, 1987. XXI+397 p.

11. L'Ecuyer P. Efficient and Portable Combined Random Number Generators // Commun. ACM. 1988. V. 31. P. 742–749, 774.

12. Кнут Д.Е. Искусство программирования для ЭВМ: пер. с англ.; в 3 т. М.: Мир, 1977. Т. 2. 724 с.

13. Поллард Дж. Справочник по вычислительным методам статистики. М.: ФиС, 1982. 344 с.

14. Box G.E., Muller. A Note on the Generation of Random Normal Deviates // Ann.Math.Statist. 1958. V. 29. P. 610–611.

15. Oden R.E., Evans J.O. Flgorithm AS70: The presentage Points of the Normal Distribution // Appl. Statist. 1974. V. 23. № 1. P. 96–97.

16. Робастность в статистике / Ф. Хампель [и др.]: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 512 с.

17. Устойчивые статистические методы оценки данных / под ред. Р.Л. Лонера, Г.Н. Уилкинсона: пер. с англ. М.: Машиностроение, 1984. 232 с.

18. Хьюбер П. Робастность в статистике: пер. с англ. М.: Мир, 1984. 304 с.

19. Tukey J.W., McLaughlin D.H. Less Vulnerable Confidence and Significance Procedures for Location Based on a Single Sample: Trimming / Winsorization // Sankhya. 1963. Ser. A. V. 25. Part. 3. P. 331–352.

20. Clarke D.R. Empirical Evidence for Adaptive Confidence Intervals and Identification of Outliers using Methods of trimming // Austral. J. Statist. 1994. V. 36. № 1. P. 45–58.

21. Введение в теорию вероятностей и ее приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1964. 500 с.

22. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи: пер. с англ. М.: Физматгиз, 1973. 900 с.

23. Robust Estimates of Location / D.F. Andrews [et el.]. Princeton. New Jersy: Princeton Univ. Press, 1972.

24. Hampel F.R. The Influence Curve and its Role in Robust Estimation // J. Amer. Statist. Ass. 1974. V. 69. P. 383–393.

25. Huber P.J. Robust Estimates of a Location Parameter // Ann. Math. Statist. 1964. V. 35. P. 73–101.

26. Andrews D.F. A Robust Method for Multiple Linear Regression // Technometrics. 1974. V. 16. P. 523–531.

27. Beaton A., Tukey J.W. The Fitting of Power, Series, Meaning, Polinomials, Illustrated on Bandspectroscopic Data // Technometrics. 1974. V. 16. P. 147–185.

28. Horn P.S. Some Easy t Statistics // J. Amer. Statist. Ass. 1983. V. 78. № 384. P. 930–936.