

МОДИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

**В.С. Артамонов, доктор технических наук, доктор военных наук,
профессор, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации.
Министерство Российской Федерации по делам гражданской обороны,
чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных
бедствий.**

А.Ю. Лабинский, кандидат технических наук, доцент;

О.В. Уткин.

Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России

Рассмотрены особенности использования нечеткой логики для анализа иерархий. Приведены классический подход к решению задачи анализа иерархий путем использования метода анализа иерархий Саати и особенности использования для этих целей нечеткой логики с помощью модифицированного (нечеткого) метода анализа иерархий и системы нечеткого вывода.

Ключевые слова: метод анализа иерархий Саати, модификация метода Саати – нечеткий метод анализа иерархий, нечеткая логика, система нечеткого вывода

MODIFICATION OF THE FUZZY ANALYTICAL HIERARCHY PROCESS

V.S. Artamonov. EMERCOM of Russia.

A.Yu. Labinskiy; O.V. Utkin.

Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

This article presents the special feature of employment the fuzzy logic for analytical hierarchy process. The special feature of using a modification of analytical hierarchy process and output fuzzy system for hierarchy analysis.

Keywords: analytical hierarchy process Saati, modification of analytical hierarchy process, fuzzy logic, output fuzzy system

Проблема разработки методов поддержки принятия решений является весьма актуальной. Традиционные методы и модели обоснования (поддержки принятия) управленческих решений недостаточно эффективны, так как математические методы и модели, основанные на детерминистических подходах, дают недостаточно точные результаты, а методы математической статистики не применимы для анализа качественных экспертных данных. Одним из таких методов является метод анализа иерархий (МАИ) [1], который может быть применен для решения широкого круга задач по распределению ресурсов, принятию кадровых решений и т.п. Метод анализа иерархий также позволяет рассматривать проблемы конфликтов в группе людей, имеющих общие цели.

Классический МАИ имеет ряд недостатков, одним из которых является возможность обработки лишь четких точечных оценок экспертов [1]. Это существенно сужает область применения МАИ при решении практических задач, характеризующихся неопределенностью и неполнотой информации об исследуемых объектах или процессах.

Неточность и нечеткость исходных данных, используемых МАИ, можно представить без использования распределения вероятностей в виде интервальных оценок, что приводит к необходимости применения интервальных и нечетких методов вычисления вектора приоритетов и разработке модифицированных МАИ на основе нечетких интервальных экспертных оценок [2].

В системах, разработанных с использованием положений теории нечетких множеств, для задания функции принадлежности нечеткого множества во многих случаях применяется метод парных сравнений [3]. В МАИ метод парных сравнений используется для нахождения показателей предпочтения объектов по различным факторам и показателей важности самих факторов. Отсюда следует, что при определении промежуточных показателей, используемых в МАИ в процессе расчета окончательного ранга объектов, фактически происходит задание функций принадлежности объектов к нечетким множествам, описывающим объекты и требования к ним.

В работе [4] подробно рассматривается модифицированный МАИ на основе нечетких экспертных оценок, который может быть назван нечетким МАИ и отличается от классического МАИ этапом формирования нечетких матриц парных сравнений, методами получения вектора приоритетов и методами синтеза итогового решения.

Реализация классического метода анализа иерархий на ЭВМ

Рассмотрим процедуру использования классического метода анализа иерархий на примере отбора четырех кандидатов по восьми критериям отбора, условно разделенных на три группы: психологические, физиологические и профессиональные.

Путем экспертных оценок при помощи парных сравнений получены: матрица размером 8x8 элементов сравнений критериев отбора и восьми матриц размером 4x4 элемента сравнений кандидатов по каждому критерию отбора.

Классический метод анализа иерархий требует, чтобы полученные матрицы были проверены на согласованность элементов. Так как матрицы парных сравнений являются обратно-симметричными, то согласованность таких матриц может быть определена с помощью вычисления максимального собственного значения матрицы и сравнения полученного значения с величиной размерности матрицы. Чем ближе значение максимального собственного значения матрицы к величине размерности матрицы, тем более согласованы элементы матрицы.

Собственные значения λ_i квадратной матрицы $A=a_{ij}$ есть числа, удовлетворяющие условиям $A*x=\lambda_i*x$. Каждому λ_i соответствует принадлежащий ему собственный вектор Y_i . Компоненты вектора Y_i удовлетворяют решению системы уравнений: $A*Y_i=\lambda_i*Y_i$.

Максимальное собственное действительное значение матрицы и собственный вектор могут вычисляться степенным методом по следующему алгоритму:

- задаются начальные: собственное значение L^{k-1} и собственный вектор Y^{k-1} ;
- вычисляется $Y^k=A*Y^{k-1}$;
- находится приближение собственного значения: $L^k=(1/n)*\sum_{i=1}^n(y_i^k/y_i^{k-1})$;
- вектор нормируется: $Y^k=Y^k/(\max y_i^k)$;
- проверяется условие: $|L^k - L^{k-1}|<E$.

Представленный выше алгоритм может быть реализован в виде программы на ЭВМ, например, с интерфейсом, представленным на рис. 1.

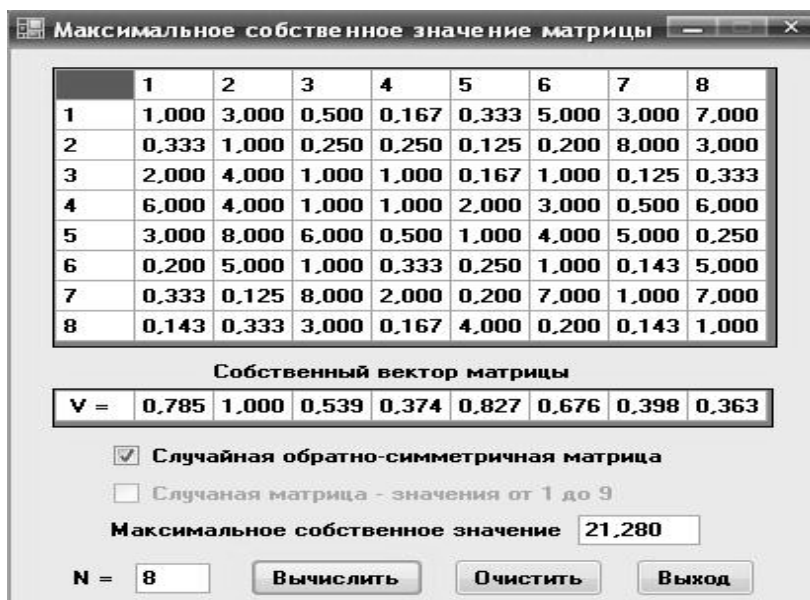


Рис. 1. Примерный интерфейс программы вычисления собственных значений матрицы

Реализация классического метода анализа иерархий может быть выполнена в виде программы для ЭВМ, например, с интерфейсом, представленным на рис. 2.

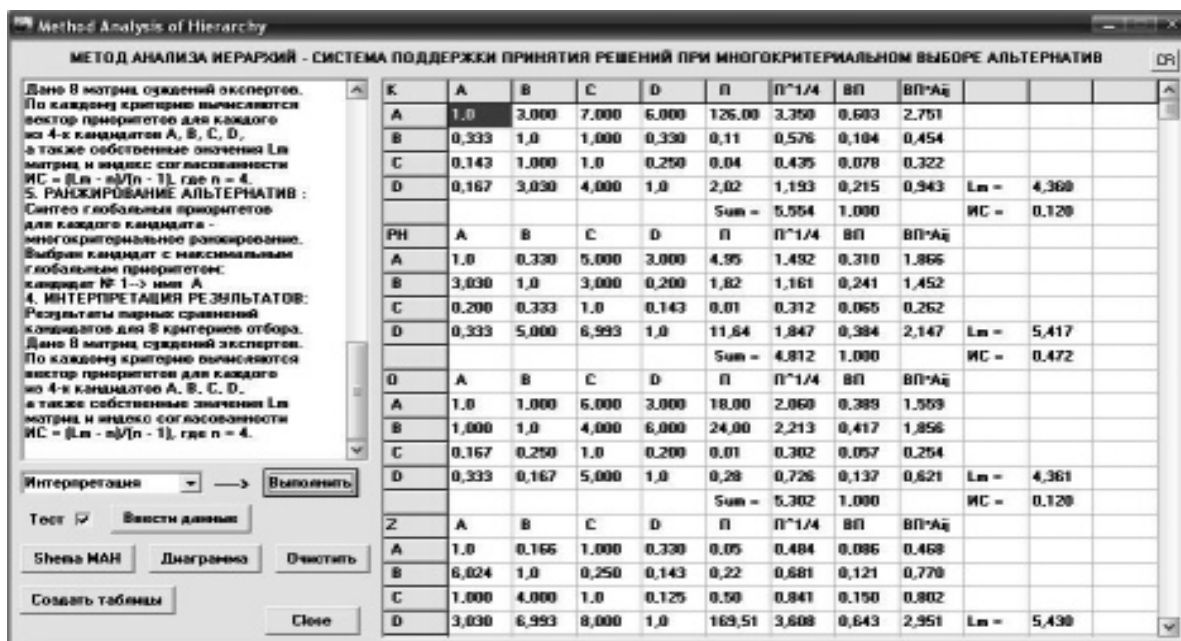


Рис. 2. Примерный интерфейс программы классического анализа иерархий

В результате процесса декомпозиции сравнительных оценок экспертов и синтеза приоритетов могут быть получены приоритеты критериев отбора кандидатов, представленные в виде диаграммы на рис. 3.



Рис. 3. Диаграмма приоритетов критериев отбора кандидатов

Интерпретация результатов парных сравнений кандидатов по восьми критериям отбора позволяет выполнить многокритериальное ранжирование альтернатив (кандидатов), результат которого может быть представлен в графическом виде (рис. 4).

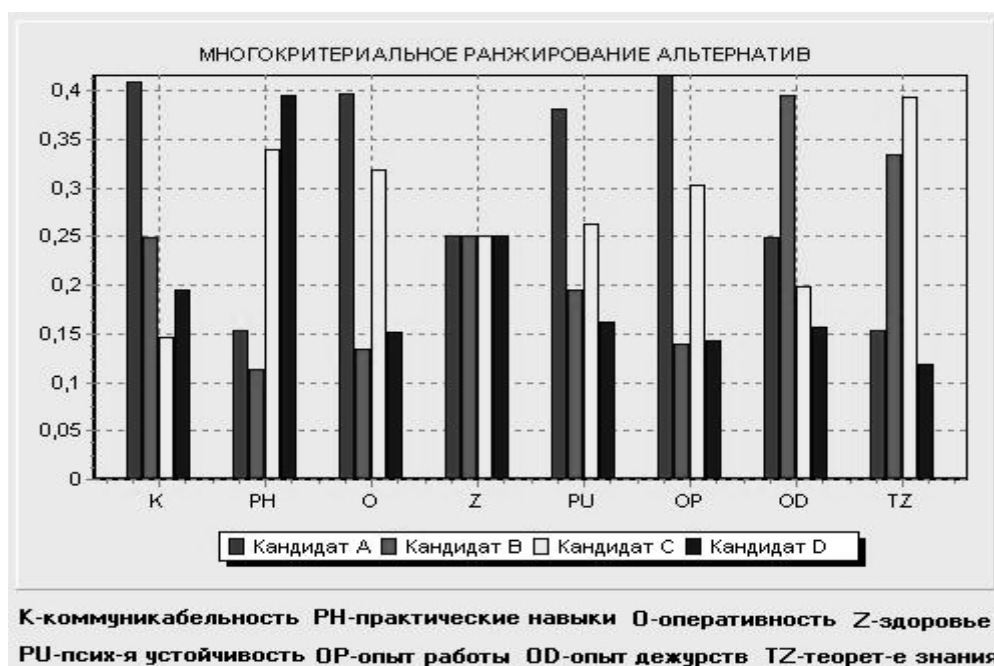


Рис. 4. Многокритериальное ранжирование кандидатов

На последнем этапе классического анализа иерархий может быть выполнен синтез глобальных приоритетов для каждого кандидата, в результате которого может быть выбран кандидат, получивший максимальный глобальный приоритет. Результат синтеза глобальных приоритетов представлен в графическом виде на рис. 5.

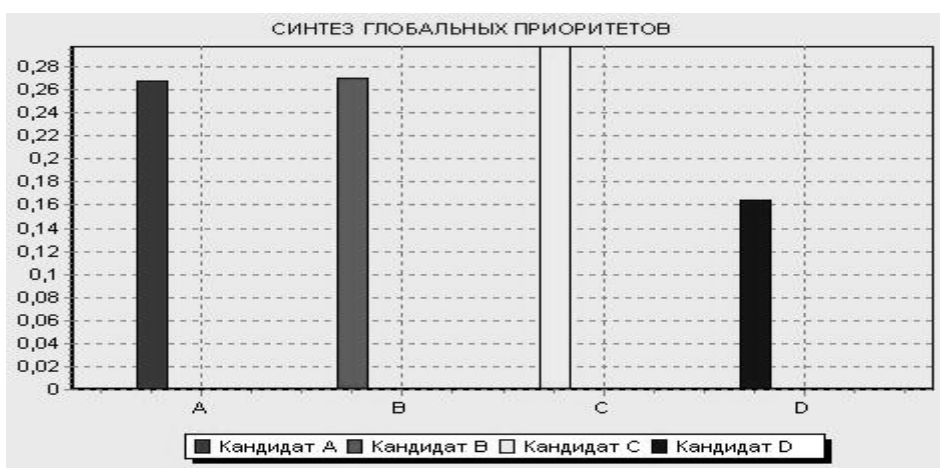


Рис. 5. Синтез глобальных приоритетов

Модель нечеткого анализа иерархий

В данной статье модифицированный нечеткий метод анализа иерархий используется применительно к следующей задаче [1]: необходимо при помощи аналитического иерархического процесса выявить относительный приоритет проектов А, Б и В. Имеется три критерия, которые определяют выбор проекта: длительность, стоимость и ожидаемое качество. В результате экспертных оценок путем парных сравнений получены следующие результаты, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Критерии	Длительность	Стоимость	Качество
Длительность	1	0,333	0,200
Стоимость	3	1	0,333
Качество	5	3	1

Для выявления относительного приоритета проектов используем классический МАИ: подсчитаем сумму в каждом столбце таблицы и разделим значение каждой ячейки на сумму значений соответствующего столбца. Затем подсчитаем средние значения по строкам и найдем удельный вес каждого из критериев, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Критерии	Длительность	Стоимость	Качество	Сумма	Уд. вес
Длительность	0,111	0,077	0,130	0,318	0,106
Стоимость	0,333	0,231	0,217	0,781	0,261
Качество	0,556	0,692	0,652	1,900	0,633

Далее необходимо произвести ранжирование проектов по критериям. Допустим, что экспертным путем выявлено, что каждый из проектов заслуживает следующих оценок OA_{ij} , представленных в табл. 3.

Таблица 3

Критерии	Проект А	Проект Б	Проект В
Длительность	5	3	7
Стоимость	7	5	3
Качество	3	7	5

Взяв каждую из оценок с удельным весом критерия, получим нормированные значения ранжирования проектов. Сложив нормированные значения по столбцам, получим относительный приоритет проектов OP_i , представленный в табл. 4.

Таблица 4

Критерии	Проект А	Проект Б	Проект В
Длительность	0,50	0,32	0,74
Стоимость	1,80	1,31	0,78
Качество	1,90	4,43	3,16
Относительный приоритет	4,20	6,06	4,68

В предлагаемой модификации нечеткого метода анализа иерархий синтез глобальных приоритетов альтернатив производится с помощью системы нечеткого вывода, рассмотренной в работе [5]. Система нечеткого вывода производит фаззификацию входных (экспертные оценки альтернатив OA_{ij}) и выходной (относительные приоритеты альтернатив OP_i) переменных путем определения степени принадлежности числовых переменных к нечеткому множеству с помощью функций принадлежности.

В данной модели нечеткого анализа иерархий фаззификация входных переменных производится с помощью функции принадлежности $\mu(x)$ типа кривой Гаусса $F(x; \sigma, c)$: $\mu(x) = \exp[-(x-c)^2 / (2 \cdot \sigma^2)]$. Эта функция принадлежности порождает нормальное выпуклое нечеткое множество. Параметры данной функции имеют следующие значения: математическое ожидание $c = OA_{ij}$; дисперсия $\sigma = 0,5 \div 1,5$.

Фаззификация выходной переменной осуществляется с помощью функции принадлежности $\mu(x)$ треугольного типа $F(x; a, b, c)$, где a, b, c – некоторые числовые параметры, принимающие действительные значения ($b = OP_i$) и упорядоченные отношением: $a \leq b \leq c$. Эта функция принадлежности порождает нормальное выпуклое унимодальное нечеткое множество с носителем – интервалом $(a, c) \setminus \{b\}$, ядром $\{b\}$ и модой b .

Вид функций принадлежности представлен на рис. 6.

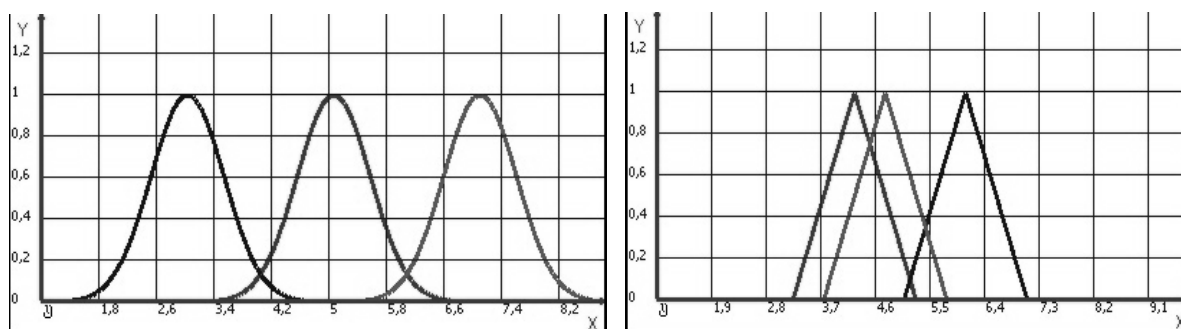


Рис. 6. Четкие функции принадлежности входной переменной «Длительность» и выходной переменной «Приоритеты»

Проверка адекватности разработанной модели поставленной задаче производилась путем оценки влияния рассматриваемых факторов (длительность, стоимость, качество) на исследуемый показатель (приоритет проектов). Результаты проверки в виде графических зависимостей представлены на рис. 7.

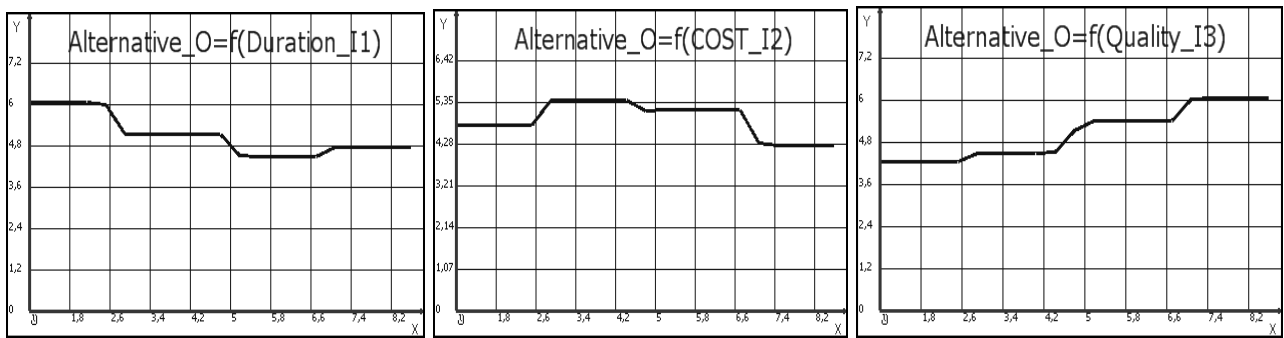


Рис. 7. Зависимость значений приоритетов проектов от длительности, стоимости и качества

Далее производилось моделирование процесса фаззификации с заданием интервала возможных значений (интервала неопределенности) для каждой нечеткой функции принадлежности. Результаты представлены на рис. 8.

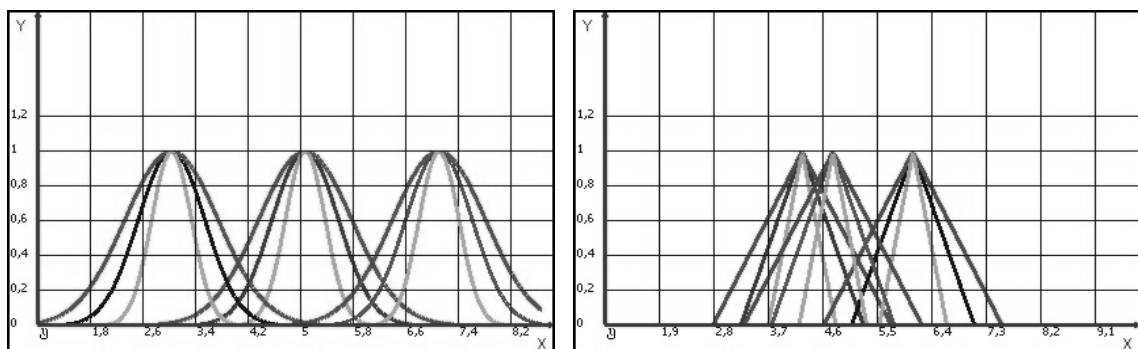


Рис. 8. Нечеткие функции принадлежности входной переменной «Длительность» и выходной переменной «Приоритеты»

Моделирование зависимостей вход-выход позволило получить возможный диапазон выходной переменной. Результаты представлены на рис. 9.

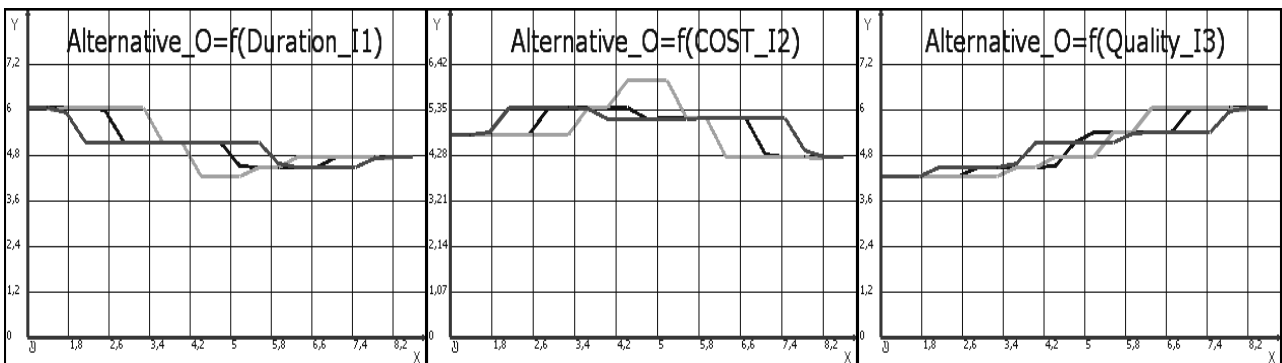


Рис. 9. Моделирование зависимостей вход-выход для трех входных переменных с получением диапазона возможных значений выходной переменной

Результаты нечеткого анализа иерархий показали, что модель нечеткого МАИ, использующая систему нечеткого вывода, способна обеспечить приемлемую точность моделирования. Моделирование процесса анализа иерархий с помощью нечеткой логики происходит с заданием интервала возможных значений (интервала неопределенности) исследуемых факторов. Поэтому в результате нечеткого анализа может быть получен диапазон возможных значений исследуемого показателя в зависимости от средних значений изучаемых факторов.

Литература

1. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1989.
2. Прилипко В.А., Карпов В.Я., Красовский В.Е. Модификация метода анализа иерархий для задач проектирования аппаратных средств // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. Вып. 3. 2009.
3. Яхьяева Г.Э. Основы теории нечетких множеств. М.: БИНОМ, 2006.
4. Дубровин В.И., Миронова Н.А. Метод получения вектора приоритетов из нечетких матриц парных сравнений // Искусственный интеллект. 2009. № 3.
5. Лабинский А.Ю., Уткин О.В. Система нечеткого вывода с нечеткими функциями принадлежности // Науч.-аналит. журн. «Вестник С.-Петербур. ун-та ГПС МЧС России». 2016. № 1. С. 68–73.

References

1. Saati T.L. Prinyatie reshenij. Metod analiza ierarhij. M.: Radio i svyaz', 1989.
2. Prilipko V.A., Karpov V.Ya., Krasovskij V.E. Modifikaciya metoda analiza ierarhij dlya zadach proektirovaniya apparatnyh sredstv // Voprosy radioehlektroniki. Ser. EHVT. Vyp. 3. 2009.
3. Yah"yaeva G.EH. Osnovy teorii nechetkih mnozhestv. M.: BINOM, 2006.
4. Dubrovin V.I., Mironova N.A. Metod polucheniya vektora prioritetov iz nechetkih matric parnyh sravnenij // Iskusstvennyj intellekt. 2009. № 3.
5. Labinskij A.Yu., Utkin O.V. Sistema nechetkogo vyvoda s nechetkimi funkciyami prinadlezhnosti // Nauch.-analit. zhurn. «Vestnik S.-Peterb. un-ta GPS MCHS Rossii». 2016. № 1. S. 68–73.