МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕССОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ В ОЦЕНКЕ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ

А.Ю. Лабинский, кандидат технических наук, доцент.
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России

Рассмотрено использование нечеткой логики в оценке вероятности возникновения чрезвычайных ситуаций. Приведены результаты моделирования функции плотности распределения с помощью системы нечеткого вывода с нечеткими функциями принадлежности.

Ключевые слова: риск возникновения чрезвычайной ситуации, нечеткая логика, система нечеткого вывода

THE USE OF FUZZY LOGIC IN VALUATION OF BEGINNING PROBABILITY OF EMERGENCY

A.Yu. Labinskiy. Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

This article presents the special feature of employment the fuzzy logic for valuation of the beginning probability of emergency. The special feature of using a fuzzy output system with fuzzy membership functions.

Keywords: risk of emergency beginning, fuzzy logic, output fuzzy system

В целях снижения техногенных рисков и повышения эффективности деятельности подразделений МЧС России большое значение имеет определение закономерностей возникновения чрезвычайных ситуаций (ЧС) и создание математических моделей системы прогнозирования возникновения ЧС на объектах [1].

Количественная оценка вероятности возникновения ЧС и распределения случайных величин, с помощью которых моделируется рисковая ситуация, может осуществляться разными методами [2]. В основе статистических методов лежит оценка вероятности наступления случайного события, исходя из относительной частоты появлений данного события в серии наблюдений. В случае неполноты исходных данных для оценки риска приходится использовать комбинацию из статистических данных и теоретических гипотез, что составляет основу вероятностно-статистических методов. При оценке редких событий, по которым отсутствуют статистические данные, используются теоретико-вероятностные методы, которые основаны на построении математической модели изучаемого риска и теоретической оценки его параметров. В случае оценки риска применительно к объектам с неопределенными параметрами приходится использовать экспертные методы.

С математической точки зрения в качестве риска принимается совокупность значения возможного ущерба в некоторой стохастической ситуации и его вероятность [2]. Теоретико-вероятностным аналогом понятия ущерба является понятие случайной величины. Совокупность значений случайной величины и их вероятностей в теории вероятности задается распределением случайной величины. Чтобы можно было сравнивать такие риски их нужно отождествлять не со случайными величинами, зависящими от имеющих разный смысл аргументов, а с функциями распределения случайных величин.

Таким образом, под математическими основами теории риска понимается совокупность моделей и методов теории вероятностей, применяемых к анализу случайных величин и их распределений.

Изучение математических основ теории риска полезно не только специалистам страховых и финансовых учреждений, но и специалистам в области теории надежности и специалистам, занимающимся разработкой методов противодействия рискам возникновения разнообразных техногенных ЧС (аварий, катастроф и т.п.) [3].

В обобщенной модели техногенного риска, приведенной в работе [3], количественное значение риска R исследуемой системы определяется по формуле:

$$R=\Sigma_{i=1}^{n} R_i=\Sigma_{i=1}^{n}[Q_i*C_i],$$

где Q_i – вероятность чрезвычайного события для i-го элемента системы; C_i – ущерб от чрезвычайного события (отказ, разгерметизация и т.п.).

Обобщенной модели риска соответствует следующая двумерная кривая:

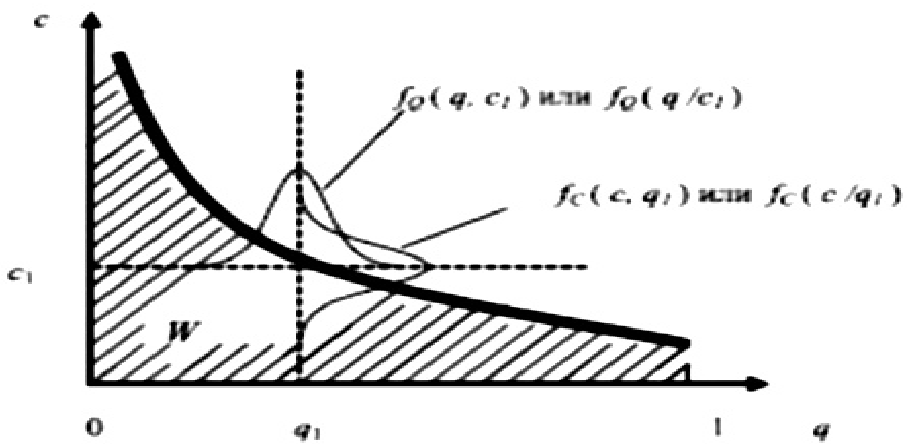

Рис. 1. **Обобщенная модель техногенного риска**

В данной графической интерпретации под значением риска понимается значение возможного ущерба C при соответствующем значении вероятности Q. Величины C и Q являются случайными величинами (случайными процессами).

Стохастическая ситуация, связанная с риском, характеризуется следующими свойствами [4]:

– непредсказуемостью;

– воспроизводимостью (хотя бы теоретически);

– устойчивостью частот при многократном воспроизведении.

Многие классические методы оценки риска основаны на предположении о том, что параметры, характеризующие рисковые ситуации, имеют нормальное распределение. Однако такой подход часто приводит к недооценке риска [5].

Если наблюдается устойчивость частот, то есть отношение количества событий к интервалу времени регистрации стремится к некоторому числу, то нормальное распределение параметров рисковой ситуации может давать адекватные результаты. Однако если указанное отношение сильно изменяется, оставаясь случайным, то в подобных ситуациях целесообразно использовать распределение Стьюдента, которому соответствует асимптотически экспоненциальное распределение потока информативных событий [2].

Часто число случайных факторов, оказывающих влияние на параметры, характеризующие рисковые ситуации, само является случайным. Поэтому вместо нормального распределения наблюдаемых случайных величин в таких ситуациях для выборок случайного объема целесообразно использовать распределение Стьюдента [2]. Вид функций плотности нормального распределения и распределения Стьюдента представлен на рис. 2, 3.

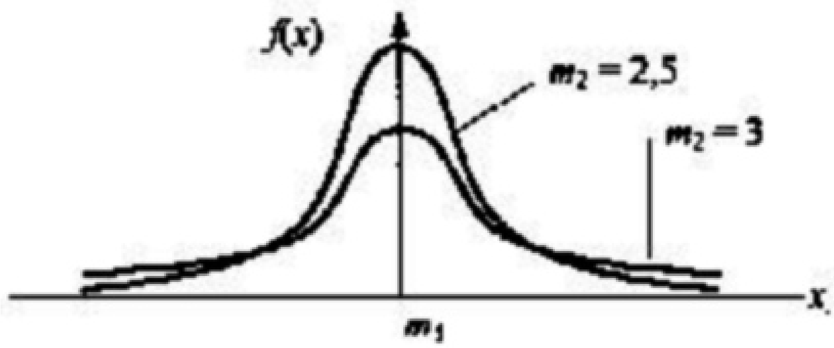

Рис. 2. **Плотность нормального распределения**

Функция плотности нормального распределения может быть определена по формуле:

$$f(x)=[1/\sqrt{(2*\pi*m_2)}]*\exp[-(x-m_1)^2/(2*m_2)],$$

где m_1 – математическое ожидание; m_2 – дисперсия. С увеличением количества независимых случайных величин распределение их суммы, при произвольном законе распределения отдельных слагаемых стремится к нормальному распределению при условии, что слагаемые обладают конечной дисперсией. Функция плотности нормального распределения является унимодальной и симметричной.

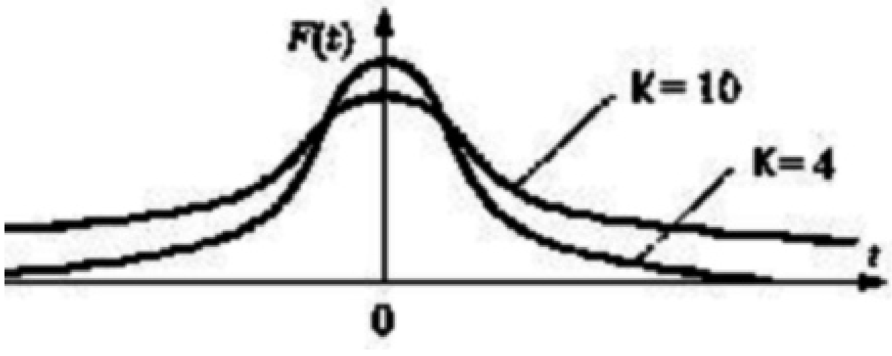

Рис. 3. **Плотность распределения Стьюдента**

Распределение Стьюдента характеризует распределение случайной величины:

$$t=x_0/\sqrt{[(x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2)/k]},$$

где x_i – взаимно независимые нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией; k – количество степеней свободы. Функция плотности распределения Стьюдента может быть определена по формуле:

$$F(t)=\Gamma[(k+1)/2]*[1+t^2/k]^m/[\sqrt{(\pi*k)}*\Gamma(k/2)],$$

где $\Gamma(k/2)$ – гамма-функция, показатель степени $m=-(k+1)/2$. Функция плотности распределения Стьюдента является унимодальной и симметричной. Распределение Стьюдента по сравнению с нормальным распределением более пологое и имеет меньшую дисперсию.

Оценки параметров распределений делятся на точечные оценки и интервальные оценки [3]. Точечная оценка подразумевает нахождение единственной величины, служащей значением искомого параметра распределения. Нахождение точечной оценки возможно при достаточно большом объеме статистических данных. Для точечного оценивания параметров распределения используются методы максимального правдоподобия (метод Фишера), моментов (метод Пирсона) и квантилей.

Интервальный метод оценки параметров распределения подразумевает нахождение интервала, в котором с заданной достоверностью находится значение параметра распределения. При этом объем статистических данных должен быть достаточным для оценки границ интервала.

Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии определяется следующим образом. Сначала находится выборочное среднее:

$$X_{ср}=\Sigma(X_i)/n,$$

где X_i – случайные величины выборки; n – объем выборки.

Затем определяется доверительный интервал:

$$(X_{ср}-t*\sigma/\sqrt{n},\ X_{ср}+t*\sigma/\sqrt{n}),$$

где σ – известное среднее квадратическое отклонение; параметр t находится по таблице функции Лапласа $\Phi_0(t)$ из уравнения:

$$\Phi_0(t)=\gamma/2,$$

где γ – доверительная вероятность.

Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормального распределения определяется следующим образом. Если математическое ожидание MX известно, то доверительный интервал для σ имеет вид:

$$(\sqrt{n}*S_0/\chi_2,\ \sqrt{n}*S_0/\chi_1),$$

где $S_0^2=\Sigma(X_i-MX)^2$; χ_1, χ_2 – квантили распределения χ^2 с n степенями свободы, определяемые по таблицам при заданной доверительной вероятности γ.

Модель функции плотности распределения

Целью использования нечеткой логики для оценки вероятности возникновения ЧС являлся учет неточности в определении параметров распределения случайной величины, представляющей совокупность значений случайной величины и их вероятностей. Неточность в определении параметров нормального распределения моделировалась путем задания интервала возможных значений дисперсии (m_2=1,0÷2,0). Предполагается, что распределение значений дисперсии соответствует нормальному распределению.

Моделирование функции плотности нормального распределения с интервальным заданием параметров производилось с использованием системы нечеткого вывода, описанной в работе [6]. Фаззификация входной и выходной переменных осуществлялась с помощью нелинейных нечетких функций принадлежности Z-образной, S-образной и функции Гаусса. Z-образная и S-образная функции принадлежности могут быть представлены в виде F(x; a, b, c), где *a, b, c* – некоторые числовые параметры, принимающие произвольные действительные значения и упорядоченные отношением: a<=b<=c. Эти функции принадлежности порождают нормальное выпуклое унимодальное нечеткое множество с носителем – интервалом *(a, c)*, границами *(a, c)*\{*b*}, ядром {*b*} и модой *b*. Функция принадлежности Гаусса порождает нормальное выпуклое нечеткое множество и может быть представлена в виде:

$$F(x, \sigma, c)=\exp[-(x-c)^2/(2*\sigma^2)].$$

Каждому определенному значению входной переменной m_2 соответствует определенное значение функции принадлежности, представленное в табл. 1.

Таблица 1

Интервал значений, $\mu(m_2)$	Лингвистическая принадлежность	Интервал значений входной переменной m_2 (дисперсия)
0÷1	Низкий	Z-образная (1,0÷1,5)
0÷1	Средний	Гаусса (1,25÷1,75)
0÷1	Высокий	S-образная (1,5÷2,0)

Добавление нечеткости в функцию принадлежности позволяет учесть неполноту и неточность исходных данных, в данном случае неточные данные о значении дисперсии. След неопределенности – это размывание четкой функции принадлежности, который полностью описывается двумя ее ограничивающими функциями: нижней функцией принадлежности (НФП) и верхней функцией принадлежности (ВФП), каждая из которых представляет собой четкие функции принадлежности.

Для каждой входной и выходной переменной задается интервал неопределенности, соответствующий верхней и нижней функциям принадлежности ВФП и НФП. Далее система нечеткого вывода реализует процесс получения нечетких заключений об исследуемом объекте на основе нечетких условий или предпосылок, представляющих собой информацию о текущем состоянии объекта. Этот процесс включает в себя стандартные процедуры, характерные для системы нечеткого вывода с четкими функциями принадлежности: фаззификацию входных переменных, агрегирование подусловий и активизацию подзаключений, аккумулирование заключений и дефаззификацию выходных переменных. В результате получаются количественные значения выходной переменной в виде диапазона возможных значений.

Нечеткие функции принадлежности входной и выходной переменных представлены на рис. 4, 5.

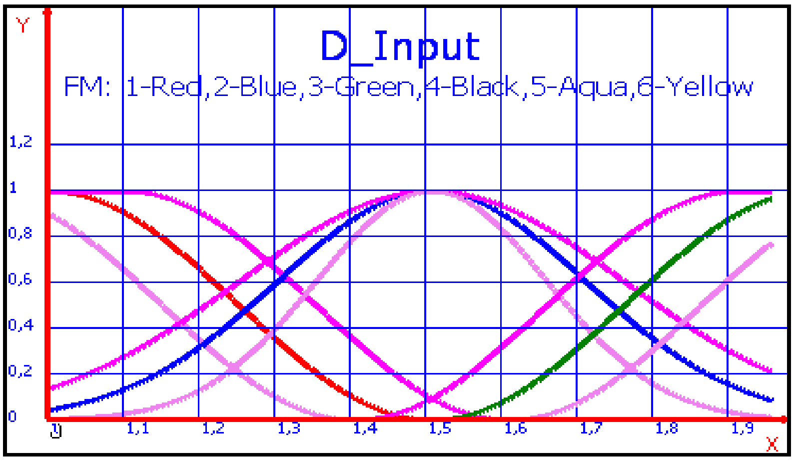

Рис. 4. **Нечеткая функция принадлежности входной переменной**

Соответствие значений выходной переменной f(x) значениям функции принадлежности μ(x) представлено в табл. 2.

Таблица 2

Интервал значений μ(x)	Лингвистическая принадлежность	Интервал значений выходной переменной f(x)
0÷1	Низкий	Z-образная (0,13÷0,65)
0÷1	Средний	S-образная (0,65÷1,2)
0÷1	Высокий	Z-образная (0,13÷0,65)

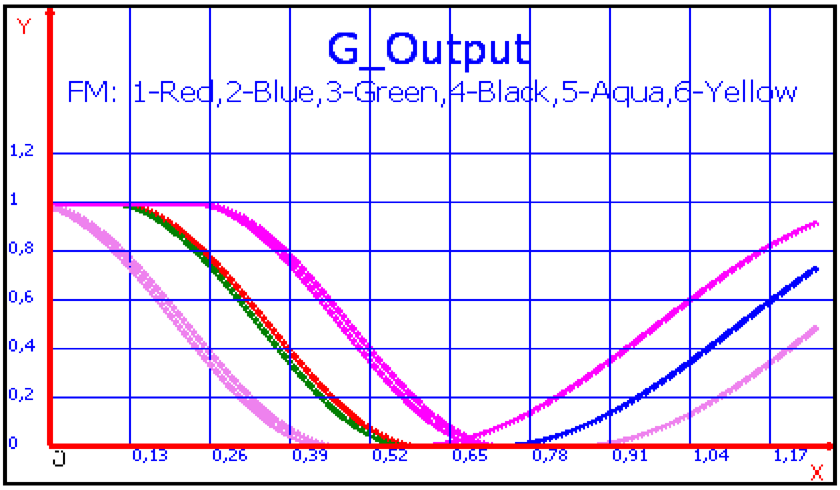

Рис. 5. **Нечеткая функция принадлежности выходной переменной**

В результате моделирования получена нечеткая функция плотности нормального распределения дисперсии, представленная на рис. 6.

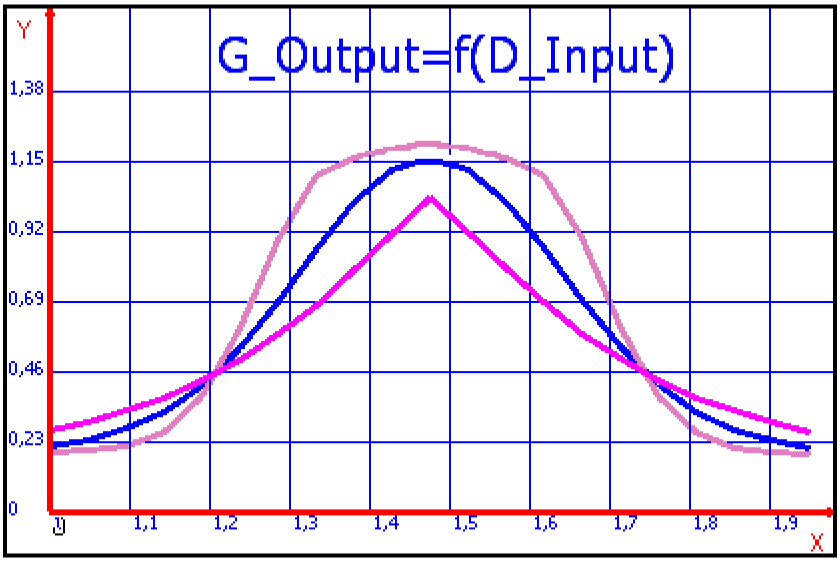

Рис. 6. **Нечеткая функция плотности нормального распределения дисперсии**

Использование нечеткой логики при оценке вероятности возникновения ЧС позволяет произвести только качественную оценку влияния неполных и неточных исходных данных. В системе нечеткого вывода с нечеткими функциями принадлежности моделирование функции плотности нормального распределения происходит с заданием интервала возможных значений (интервала неопределенности) дисперсии. Количественная оценка вероятности возникновения ЧС возможна на основе совокупности статистических, вероятностно-статистических, теоретико-вероятностных и экспертных методов. Выбор того или иного метода зависит от объема доступной статистической информации о риске, требуемой точности оценок и фактического уровня риска.

Литература

1. Надежность технических систем и техногенный риск / В.С. Артамонов [и др.]: учеб. СПб.: С.-Петерб. ун-т ГПС МЧС России, 2007.

2. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. М.: Физматлит, 2011.

3. Острейковский В.А., Швыряев Ю.В. Безопасность атомных станций: Вероятностный анализ. М.: Физматлит, 2008.

4. ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010–2011. Методы оценки риска. М.: Стандартинформ, 2012.

5. Махутов Н.А., Земцов С.П., Овчинников В.В. Методология оценки риска техногенных чрезвычайных ситуаций. М.: Ин-т риска и безопасности, 2007.

6. Лабинский А.Ю., Уткин О.В. Система нечеткого вывода с нечеткими функциями принадлежности // Науч.-аналит. журн. «Вестник С.-Петерб. ун-та ГПС МЧС России». 2016. № 1. С. 68–73.

References

1. Artamonov V.S., Baskin Yu.G., Gadyshev V.A., Logkin V.N., Chuprijan A.P. Nadegnost technicheskih system i technogenniy risk: ucheb. SPb.: SPb un-t GPS MCHS RF, 2007.

2. Korolev V.Yu., Bening V.E., Shorgin S.A. Matematicheskie osnovy teorii riska. M.: Fismatlit, 2011.

3. Osrtejkovski V.A., Shvyraev Yu.V. Bezopasnost atonnyh stanziy: Veroaytnostnyi analiz. M.: Fizmatlit, 2008.

4. GIST R ISO/MEK 31010–2011. Metody ozenki riska. M.: Standartinform, 2012.

5. Mahutov N.A., Semzov S.P., Ovchinnikov V.V. Metodologia ozenki riska technogennyh chresvichainyh situaziy. M.: In-t riska i besopasnisti, 2007.

6. Labinskij A.Yu., Utkin O.V. Sistema nechetkogo vyvoda s nechetkimi funkciyami prinadlezhnosti // Nauch.-analit. zhurn. «Vestnik S.-Peterb. un-ta GPS MCHS Rossii». 2016. № 1. S. 68–73.