МОДЕЛИ ОЦЕНКИ РИСКОВ В НЕЧЕТКОЙ СРЕДЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА НА НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВАХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

М.И. Гвоздик, кандидат технических наук, профессор;
Ф.А. Абдулалиев, кандидат технических наук;
А.Г. Шилов.
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России

Проведено сравнение наиболее часто используемых методов оценки интегрированных рисков в нечеткой среде, где практически все составляющие интегрированного риска содержат так называемые НЕ-факторы: нечеткости, неопределенности, неточности и недоопределенности. Приводится анализ особенностей построения моделей оценки рисков с использованием вывода на нечетких множествах первого порядка. Рассмотрены алгоритмы нечеткого вывода в сравнении.

Ключевые слова: оценка риска, теория нечетких множеств, нечеткие множества первого порядка, логический вывод на нечетких множествах

THE RISK ASSESSMENT MODEL IN FUZZY ENVIRONMENT USING LOGICAL INFERENCE ON FUZZY SETS OF THE FIRST ORDER

M.I. Gvozdik; F.A. Abdulaliev; A.G. Shilov.
Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

The paper presents a comparison of the most frequently used evaluation methods of integrated risk in the fuzzy environment, where virtually all components of the integrated risk contain so-called non-factors: vagueness, uncertainty, imprecision and nudepreteens. The analysis of peculiarities of construction of models of risk assessment using fuzzy inference on fuzzy sets of the first order. The algorithms of fuzzy inference in comparison.

Keywords: risk assessment, fuzzy set theory, fuzzy sets of the first order, logical inference on fuzzy sets

Расширение перечня видов государственного контроля, в рамках которых используется риск-ориентированный подход, ставит перед специалистами задачу совершенствования существующих систем управления рисками.

Риск, определяемый в любой сфере деятельности, является сложным многомерным, многопараметрическим понятием, включающим множество взаимосвязанных переменных, содержащих, в том числе, различные виды неопределенностей.

Большой интерес представляет интегрированный риск потенциально опасных объектов, как комплексный показатель их безопасности, выраженный в едином стоимостном эквиваленте и объединяющий в себе все ожидаемые ущербы в социальной, экологической и материальной сферах [1].

При количественной оценке интегрированного риска используется математическое ожидание соответствующего ущерба, функционально связывающего частоту реализации неблагоприятного события и ущерб, нанесенный данным событием. Конкретный ущерб определяется типом реализуемой опасности и видом воздействия. Частота неблагоприятного события характеризуется потенциальным риском – стохастической составляющей предполагаемого ущерба.

Интегрированный риск может быть представлен в виде следующих соотношений:

$$\begin{cases} R\left(D_{\Sigma}\right)=R\left(D_S\right)+R\left(D_M\right)+R\left(D_E\right) \\ R\left(D_S\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{\alpha}R_{ij}\left(J_S\right)\cdot D_{Sijk} \\ R\left(D_M\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=1}^{\omega}R_{ij}\left(J_M\right)\cdot D_{Mijr} \\ R\left(D_E\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{q=1}^{\eta}R_{ij}\left(J_E\right)\cdot D_{Eijq} \end{cases},$$

где $R(D_{\Sigma})$ – интегрированный риск; $R(D_S)$ – риск социального ущерба (коллективный риск); $R(D_M)$ – риск материального ущерба; $R(D_E)$ – риск экологического ущерба; D_S, D_M, D_E – соответственно социальный, материальный и экологический ущербы; n – число возможных поражающих факторов, формирующихся в результате реализации на объекте существующих опасностей (взрыв, пожар, выбросы химически опасных веществ и т.д.); m – число рассматриваемых зон риска, расположенных в пределах круга вероятного поражения; α – число степеней поражения человека; ω – число составляющих материального ущерба; η – число составляющих экологического ущерба; R(J) – потенциальный риск возникновения чрезвычайной ситуации (ЧС) вида J.

Следует отметить, что практически все составляющие интегрированного риска содержат так называемые НЕ-факторы: нечеткости, неопределенности, неточности и недоопределенности. При этом нечеткость предполагает, что параметр является некоторый лингвистической переменной, принимающей нечеткие значения. Неопределенность предполагает, что параметру приписывается некоторая степень уверенности. В некоторых случаях неопределенность – это частный вид нечеткости. Неточность параметров связывается с неточностью измерений. Недоопределенность параметров связывается с частичным отсутствием знаний об их значениях. Это позволяет говорить о риске в нечеткой среде.

Решение проблем, связанных с оценкой риска в нечеткой среде, требует создания математического аппарата и формализмов, позволяющих интегрировать в модели риска НЕ-факторы.

Построение нечетких моделей риска предполагает наличие широкого спектра вариантов агрегирования потенциального риска возникновения ЧС и соответствующего ущерба. Возможными вариантами обобщения для подобной модели являются:

1. Использование t-норм T и t-конорм S для оценки степени уверенности в истинности формулы.
2. Замена значений D_L и R(J) на нечеткие числа, а произведения – на расширенное произведение нечетких чисел.
3. Замена значений D_L и R(J) на нечеткие отношения, а произведения – на композицию отношений.
4. Использование нечеткого вывода над нечеткими множествами первого и второго порядков.
5. Использование нечеткого вывода с адаптацией операций над нечеткими множествами.
6. Применение нечетких интегралов Сугено и Шоке.

Наиболее распространенным формализмом для описания НЕ-факторов являются нечеткие множества. На их основе разработан широкий спектр моделей, особое место среди которых принадлежит системам нечеткого вывода.

Система нечеткого вывода для анализа рисков является частным случаем продукционных нечетких систем, в которых условия и заключения отдельных правил формулируются в форме нечетких высказываний относительно значений тех или иных лингвистических переменных. Для получения заключений в системах нечеткого вывода предложено несколько алгоритмов, описание которых базируется на разделении процесса вывода на ряд последовательных этапов:

– формирование базы правил системы нечеткого вывода;
– фаззификация входных переменных;
– агрегирование подусловий в нечетких правилах;
– активизация или композиция подзаключений в нечетких правилах;
– аккумулирование заключений нечетких правил продукций;
– дефаззификация выходных лингвистических переменных.

Наиболее распространенным формализмом для описания НЕ-факторов являются нечеткие множества. На их основе разработан широкий спектр моделей.

В данной работе проводится анализ особенностей построения моделей оценки рисков с использованием нечеткого вывода на нечетких множествах первого порядка.

В дальнейшем, будет предложен анализ особенностей построения моделей оценки рисков с использованием нечеткого вывода на нечетких множествах второго порядка, нечеткого вывода с адаптацией операций над нечеткими множествами.

Нечеткие множества первого порядка: алгоритмы нечеткого вывода в сравнении

Анализ доступных публикаций [2–7] показывает, что наиболее распространенным формализмом для описания НЕ-факторов при построении моделей оценки рисков в нечеткой среде являются нечеткие множества. На их основе разработан широкий спектр моделей.

В работе проводится анализ особенностей построения моделей оценки рисков с использованием нечеткого вывода на нечетких множествах первого порядка (НМ-1).

В общем виде НМ-1 может быть представлено в следующем виде:

$$\tilde{A} = (B, f), \text{где } f \rightarrow B: X; f \in [0,1], X = \emptyset \quad , \qquad (1)$$

где B – базис; X – универсальное множество; f – отображение базиса на универсальное множество.

Для решения конкретных практических задач определение (1) использовать достаточно неудобно, поэтому Лотфи Заде предложил более удобную интерпретацию нечетких множеств 1 типа [2]:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, 0 \le \mu_A(x) \le 1\},$$

где X – универсальное множество; а $\mu_A(x)$ – функция принадлежности элемента x множеству A, являющееся подмножеством универсального множества. На основе нечетких множеств первого порядка были разработаны различные модели и алгоритмы для принятия решения в условиях неопределенности [3, 4].

Компоненты нечетких продукционных моделей могут быть реализованы по-разному. Причем выбор различных реализаций одного или нескольких компонентов модели зачастую обосновывает и выбор всех остальных. Совокупность отдельных реализаций, описанных выше компонентов нечеткой продукционной модели, определяет алгоритм нечеткого вывода. Рассмотрим алгоритмы нечеткого вывода, получившие в настоящее время наибольшее распространение (табл.): Мамдани (Mamdani), Ларсена (Larsen), Цукамото (Tsukamoto), Такаги-Сугэно (Takagi-Sugeno) [5].

Таблица. **Алгоритмы нечеткого вывода в сравнении**

Этап \ Алгоритм	Mamdani	Tsukamoto	Sugeno	Larsen	Упрощенный алгоритм нечеткого вывода
Формирование базы правил (ФБП)	ФБП для Мамдани (1.7)	ФБП для Цукамото (1.3)	ФБП для Сугено (1.5)	ФБП для Ларсена (1.1)	ФБП для упрощенного алгоритма нечеткого вывода (1.2)
Фаззификация	Во всех алгоритмах этот тап выполняется одинаково (2.1)				
Агрегирование	Агрегирование степеней истинности предпосылок по каждому из правил α_i: $\alpha_i = \min\left\{\mu_{A_{ij}}(\grave{x_j}), \mu_{A_{im}}(\grave{x_m})\right\}$. В качестве операции агрегирования могут использоваться и другие нечеткие логические операции (3.1–3.4)				
Активизация	По правилу min-активизации (4.1)	Активизация по Цукамото (4.4)	Активизация по Сугено (4.5)	По правилу prod-активизации (4.2)	Активизация по упрощенному алгоритму нечеткого вывода (4.6)
Аккумулирование	По правилу max-дизъюнкции (5.2)	В данном алгоритме этот этап отсутствует вследствие четких значений выходных переменных	В данном алгоритме этот этап отсутствует вследствие четких значений выходных переменных	По правилу max-дизъюнкции (5.2)	В данном алгоритме этот этап отсутствует вследствие четких значений выходных переменных
Дефаззификация	Используется центроидный метод дефаззификации (6.1), а для дискретного варианта (6.2). Также, могут быть применены операции (6.1–6.10)	Используется разновидность метода центра тяжести для одноточечных множеств (6.15)	Используется разновидность метода центра тяжести для одноточечных тожеств (6.14)	Приведение к четкости проводится в случае необходимости на основе одного из методов дефаззификации (6.1–6.10)	Используется разновидность метода центра тяжести для одноточечных множеств (6.13)

1 этап. Формирование базы правил системы нечеткого вывода

База правил системы нечеткого вывода предназначена для формального представления эмпирических знаний или знаний экспертов в той или иной проблемной области. В системах нечеткого вывода используются правила нечетких продукций, в которых условия и заключения сформулированы в терминах нечетких лингвистических высказываний рассмотренных выше видов. Совокупность таких правил будем далее называть базами правил нечетких продукций.

База правил нечетких продукций представляет собой конечное множество правил нечетких продукций, согласованных относительно используемых в них лингвистических переменных.

Нечеткие лингвистические продукционные правила, используемые при построении базы нечетких правил, можно разделить на следующие типы:

– правила, предпосылки и заключения которых формируются на основе нечетких множеств типа 1 [8];

– правила, предпосылки и заключения которых основаны на нечетких множествах в сочетании с нечеткими отношениями, модифицирующими лингвистические переменные;

– правила, основанные на нечетких множествах в сочетании с групповыми и полугрупповыми расширенными операциями [9];

– правила, основанные на принципе расширения [10];

– правила, основанные на нечетких множествах с адаптацией операций над ними [11].

Рассмотрим более подробно нечеткие лингвистические продукционные правила указанных выше типов.

Правила, предпосылки и заключения которых формируются на основе нечетких множеств типа 1,можно представить в виде:

$$\Pi_i\text{: } \textbf{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \textbf{ И } ... \textbf{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$$

$$\textbf{ТО } y_1 \text{ есть } B_{i1} \textbf{ И } ... \textbf{ И } y_k \text{ есть } B_{ik} \textbf{ И } \dots \textbf{ И}, y_p \text{ есть } B_{ip}, \text{i=1, …, n}, \tag{1.1}$$

где x_j (j=1, ..., т) – входные переменные, которые могут быть как четкими, так и нечеткими, $x_j \in X_j$, X_j – область определения соответствующей предпосылки; y_k (k=1, ..., p) – нечеткие выходные переменные, $y_k \in Y_k$, Y_k – область определения соответствующего заключения; A_{ij}, B_{ik} – лингвистические термы (например, {маленький, средний, большой}), представляющие собой нечеткие множества, определенные на X_j и Y_k с функциями принадлежности $\mu Aij(x_j) \in [0, 1]$ и $\mu B_{ik}(x_k) \in [0, 1]$ соответственно.

Нечеткие продукционные правила, консеквенты которых представляют собой одноточечные нечеткие множества (singletons – синглетоны), можно представить следующим образом:

$$\Pi_i\text{: } \textbf{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \textbf{ И } ... \textbf{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$$

$$\textbf{ТО } y_i \text{ есть } c_i,\ i = 1, \dots, \text{n}, \tag{1.2}$$

где c_i – действительные числа.

Нечеткие продукционные правила, консеквенты которых представляют собой четкие функции. Существуют различные варианты построения нечетких продукционных правил данного типа, основными из которых являются правила, положенные в основу нечетких продукционных моделей Цукамото (Tsukamoto) и Такаги-Сугено (Takagi-Sugeno).

Так, для модели Цукамото в заключениях правил используются монотонные (возрастающие или убывающие) функции f_i. А заключение по каждому из правил формируется путем обратного преобразования этих функций по полученным значениям предпосылок данных правил, например:

$$\Pi_i\text{: } \textbf{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$$

$$\textbf{ТО } y=f_i^{-1}(\alpha_i),\ i=1,\ \dots,\ n, \tag{1.3}$$

где α_i – уровень срабатывания антецедента i правила.

Для нечеткой продукционной модели Такаги-Сугено правила можно представить следующим образом:

$$\Pi_i\text{: } \textbf{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$$

$$\textbf{ТО } y=f_i\,(x_1+\ \dots\ +x_j+\ \dots\ +x_m),\ i=1,\ \dots,\ n, \tag{1.4}$$

где $f_i\ (x_1+\ \dots\ +x_j+\ \dots\ +x_m)$ – функция, имеющая одинаковую для всех n правил структуру и различающаяся лишь параметрами для каждого правила.

Наибольшее практическое применение нашел вариант использования линейной функции:

$$\Pi_i\text{: } \textbf{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$$

$$\textbf{ТО } y=c_{i1}x_1+\ \dots\ +c_{ij}x_j+\ \dots\ +c_{im}x_m+c_{i0},\ i=1,\ \dots,\ n, \tag{1.5}$$

где c_{ij} $(j=1, ..., m)$ – коэффициенты аргументов функции; c_{i0} – смещение.

Нечеткая продукционная модель, основанная на правилах (1.5), называется аффинной моделью Такаги-Сугено [6].

Можно отметить, что при $c_{ij}=0$ $(j=1,\ \dots,\ n)$ данная модель сводится к модели (1.2), другое название которой – модель Такаги-Сугено 0-го порядка.

В зависимости от количества нечетких высказываний в предпосылках и заключениях база правил нечеткой продукционной модели может быть представлена структурой одного из следующих типов:

– SISO-структура (SingleInput- SingleOutput, один вход – один выход);

– MISO-структура (MultiInputs- SingleOutput, много входов – один выход);

– MIMO-структура (MultiInputs- MultiOutputs, много входов – много выходов).

Представленная ниже MIMO-структура является наиболее общим видом структуры базы правил типа (1.1) нечеткой продукционной модели:

$$\Pi_i\text{: } \textbf{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \textbf{ И } ... \textbf{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$$

$$\textbf{ТО } y_1 \text{ есть } B_{i1} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } y_k \text{ есть } B_{ik} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } y_p \text{ есть } B_{ip},\ i=1,\ \dots,\ n, \tag{1.6}$$

где x_j (j=1, ..., m) – входные переменные, которые могут быть как четкими, так и нечеткими, $x_j \in X_j$, X_j – область определения соответствующей предпосылки; y_k (k=1, ..., p) – нечеткие выходные переменные, $y_k \in Y_k$, Y_k – область определения соответствующего заключения; A_{ij}, B_{ik} – нечеткие множества, определенные на X_j и Y_{kc} функциями принадлежности $\mu A_{ij}(x_j) \in [0,1]$ и $\mu B_{ik}(x_k) \in [0, 1]$ соответственно.

При выполнении гипотезы о взаимной независимости выходных переменных база нечетких продукционных правил с M1MO-структурой и конъюнктивной формой заключения может быть представлена совокупностью *(p)* баз правил с MISO-структурой со многими *(m)* входными переменными и одной выходной переменной. В этом случае правила будут иметь следующий вид:

$$\Pi_i\text{: } \textbf{ЕСЛИ } x_1 \text{ есть } A_{i1} \textbf{ И } ... \textbf{ И } x_j \text{ есть } A_{ij} \textbf{ И } \dots \textbf{ И } x_m \text{ есть } A_{im},$$

$$\textbf{ТО } y \text{ есть } B_i,\ i=1,\ \dots,\ n. \tag{1.7}$$

Если множество входных переменных xj(j=1, ..., т) является независимым, то входное пространство предпосылки может быть разделено по каждой из переменной одномерными функциями принадлежности, например, для переменной $X_j \in X_j$ – функциями принадлежности нечетких множеств $\{A_{1j}, ..., A_{ij}, ..., A_{nj}\}$.

Таким образом, для каждого алгоритма формирование базы правил происходит по-разному.

2 этап. Фаззификация входных переменных

В контексте нечеткой логики под фаззификацией понимается не только отдельный этап выполнения нечеткого вывода, но и собственно процесс или процедура нахождения значений функций принадлежности нечетких множеств (термов) на основе обычных исходных данных. Фаззификацию еще называют введением нечеткости.

Целью этапа фаззификации является установление соответствия между конкретным значением отдельной входной переменной системы нечеткого вывода и значением функции принадлежности соответствующего ей терма входной лингвистической переменной.

На этом этапе происходит определение степени срабатывания (истинности) каждой предпосылки каждого правила для заданных значений входных переменных вида:

$$\mu_{A_{ij}}(x_i^{`}),\ (i,j = 1, 2). \tag{2.1}$$

В случае если входные переменные (x_i) являются четкими или одноточечными нечеткими множествами, данный этап называют этапом введения нечеткости.

3. этап. Агрегирование подусловий в нечетких правилах

Агрегирование представляет собой процедуру определения степени истинности условий по каждому из правил нечеткого вывода.

Формально процедура агрегирования выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными значения истинности всех подусловий системы нечеткого вывода. Далее рассматривается каждое из условий правил системы нечеткого вывода.

В результате данной процедуры определяется агрегированная степень истинности по всем предпосылкам каждого правил: $\alpha_1 (i = 1, ..., n)$.

Если в правиле, как, например, в (1.7), имеется несколько предпосылок, то на предыдущем этапе в результате введения нечеткости определяются численные значения функций принадлежности по каждой из этих предпосылок, например для четких значений входных переменных: $\mu_{A_{i1}}(x_1^{`}), ..., \mu_{A_{ij}}(x_j^{`}), ..., \mu_{A_{im}}(x_m^{`})$ либо при задании нечетких значений входных переменных: $\mu_{A_{i1}}(x_1^{`}), ..., \mu_{A_{ij}}(x_j^{`}), ..., \mu_{A_{im}}(x_m^{`})$. Затем эти значения агрегируются в зависимости от используемых в правилах нечетких логических связок между предпосылками.

Так, например, при использовании связки «**И**» между значениями функций принадлежности предпосылок правил $\mu_{A_{ij}}(x_j^{`})$ и $\mu_{A_{im}}(x_m^{`})$ может быть применено одно из следующих выражений:

– min-конъюнкция степеней истинности предпосылок правил:

$$\mu_{A_{ij} \wedge A_{im}}(x) = \min\left\{\mu_{A_{ij}}(x_j^{`}), \mu_{A_{im}}(x_m^{`})\right\}; \tag{3.1}$$

– алгебраическое произведение степеней истинности предпосылок правил:

$$\mu_{A_{ij} \cdot A_{im}}(x) = \mu_{A_{ij}}(x_j^{`})\mu_{A_{im}}(x_m^{`}); \tag{3.2}$$

– граничное произведение степеней истинности предпосылок правил:

$$\mu_{A_{ij} \odot A_{im}}(x) = \max\{\mu_{A_{ij}}(x_j^{`}) + \mu_{A_{im}}(x_m^{`}) - 1{,}0\}; \quad (3.3)$$

– драстическое произведение степеней истинности предпосылок правил:

$$\mu_{A_{ij} \Delta A_{im}}(x) = \begin{cases} \mu_{A_{im}}(x`_m), \text{если } \mu_{A_{ij}}(x`_j) = 1 \\ \mu_{A_{ij}}(x`_j), \text{если } \mu_{A_{im}}(x`_m) = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}.$$

4 этап. Активизация или композиция подзаключений в нечетких правилах

Процедура активизации заключений нечетких продукционных правил состоит в определении модифицированных функций принадлежности этих заключений для каждого i-го (i=1, ..., n) правила $\mu_{B_i^`}(y)$ на основе выполнения композиционной операции, модифицированной для нечеткой продукции, между определенным на предыдущем этапе агрегированным значением степеней истинности предпосылок этого правила α_i и соответствующей функцией принадлежности его заключения $\mu_{B_i}(y)$.

В качестве такой операции распространение получили следующие модификации соответствующих правил нечеткой композиции [11]:

– min-активизация:

$$\mu_{B_i^`}(y) = \min\{\alpha_i, \mu_{B_i}(y)\}; \quad (4.1)$$

– prod-активизация:

$$\mu_{B_i^`}(y) = \alpha_i, \mu_{B_i}(y); \quad (4.2)$$

– average-активизация:

$$\mu_{B_i^`}(y) = 0.5\left(\alpha_i + \mu_{B_i}(y)\right). \quad (4.3)$$

Затем полученные таким образом результаты корректируются путем их алгебраического произведения на весовые коэффициенты соответствующих правил. Если эти коэффициенты не заданы, то предполагается, что они равны единице.

При наличии нескольких (p) заключений в нечетких продукционных правилах (например, в правилах типа (1.1), весовые коэффициенты могут быть заданы не только для отдельных правил, но и индивидуально для каждого их заключения.

Для некоторых алгоритмов этап активизации может быть представлен в другом виде:

– для алгоритма Цукамото:

$$y_i^` = f_i^{-1}(\alpha_i) \quad (4.4)$$

– для алгоритма Сугено:

$$y_i^` = c_{i1}x_1^` + \cdots + c_{ij}x_j^` + \cdots + c_{im}x_m^` + c_{i0} \quad (4.5)$$

– для упрощенного алгоритма нечеткого вывода:

$$y_i^` = c_i \quad (4.6)$$

В результате активизации находятся четкие значения выходных переменных в каждом из заключений правил.

5 этап. Аккумуляция активизированных заключений правил

После получения активизированных заключений для каждой выходной переменной каждого из нечетких продукционных правил выполняется процедура их аккумулирования.

Результат такого аккумулирования для выходных переменных находится путем объединения полученных на предыдущем этапе соответствующих нечетких множеств по одной из формул (5.1–5.5):

– λ – сумма:

$$\mu_{A^*}(x) = \lambda \cdot \mu_{A_1}(x) + (1-\lambda) \cdot \mu_{A_2}(x), \forall x \in X, \tag{5.1}$$

где $\lambda \in [0,1]$.

Вместо высказывания «x есть A_1 **ИЛИ** x есть A_2» формируется новое высказывание – «x есть A^*», где A^* нечеткое множество, соответствующее объединению нечетких множеств A_1 и A_2 с использованием одного из следующих способов:

– max-дизъюнкция нечетких множеств A_1 и A_2 определяется как нечёткое множество A^*, заданное на X, с функцией принадлежности $\mu_{A^*}(x) \in [0,1]$:

$$\mu_{A^*}(x) = \max\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\}, \forall x \in X; \tag{5.2}$$

– алгебраическая сумма:

$$\mu_{A^*}(x) = \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x) - \mu_{A_1}(x)\mu_{A_2}(x), \forall x \in X; \tag{5.3}$$

– граничная сумма:

$$\mu_{A^*}(x) = \min\{\mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x), 1\}, \forall x \in X; \tag{5.4}$$

– драстическая сумма:

$$\mu_{A^*}(x) = \begin{cases} \mu_{A_2}(x), \text{если } \mu_{A_1}(x) = 0, \\ \mu_{A_1}(x), \text{если } \mu_{A_2}(x) = 0, \quad \forall x \in X; \\ 1, \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

6 этап. Дефаззификация выходных лингвистических переменных

Приведение к четкости заключается в преобразовании нечетких значений найденных выходных переменных в четкие. При этом все методы получения четкого значения выходной переменной можно разделить на две группы:

– методы дефаззификации аккумулированной на предыдущем этапе (из активизированных заключений всех правил базы) выходной переменной;

– методы дефаззификации выходной переменной без предварительного аккумулирования активизированных заключений отдельных правил.

К первой группе относятся следующие методы дефаззификации:

1. Центр тяжести (рис. 1). Этот метод дефаззификации может быть использован только для моделей, основанных на нечетких лингвистических продукционных правилах, в которых консеквенты являются нечеткими высказываниями, например типа (1.7).

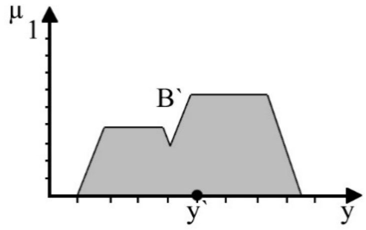

Рис. 1. **Пример применения метода дефаззификации «центр тяжести»**

Четкое значение y' выходной переменной рассчитывается как центр тяжести функции принадлежности $\mu_{B`}(y)$ и вычисляется по формуле:

$$y` = \frac{\int_{Y_{min}}^{Y_{max}} y\mu_{B`}(y)dy}{\int_{Y_{min}}^{Y_{max}} \mu_{B`}(y)dy}, \qquad (6.1)$$

где Y_{min}, Y_{max} – границы интервала носителя нечеткого множества выходной переменной y.

Для дискретизированной для вычисления выходной переменной области Y выражение (6.1) примет следующий вид:

$$y` = \frac{\sum_{r=1}^{Y_{max}} y_r\mu_{B`}(y_r)}{\sum_{r=1}^{Y_{max}} \mu_{B`}(y_r)}, \qquad (6.2)$$

где Y_{max} – число элементов y_r в дискретизированной для вычисления «центра тяжести» области Y.

2. Центр площади (Centre of area) (рис. 2).

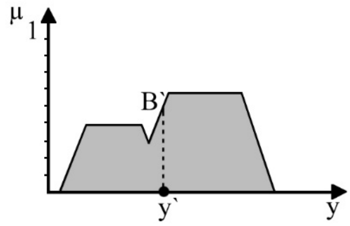

Рис. 2. **Пример применения метода дефаззификации «центр площади»**

Четкое значение выходной переменной y' по этому методу определяется из уравнения:

$$\underbrace{\int_{Y_{min}}^{y`} \mu_{B`}(y)dy}_{S1} = \underbrace{\int_{y`}^{Y_{max}} \mu_{B`}(y)dy}_{S2}. \qquad (6.3)$$

3. Максимум функции принадлежности (рис. 3). Четкое значение выходной переменной y' рассчитывается по формуле:

$$y` = \arg\sup_{y} \mu_{B_i}(y), \qquad (6.4)$$

где $\mu_{B_i}(y)$ – унимодальная функция, форма которой может быть произвольной.

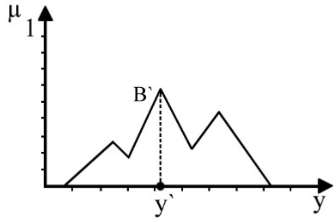

Рис. 3. **Пример применения метода дефаззификации «максимум функции принадлежности»**

4. Первый максимум (рис. 4), называемый также самым левым максимумом. Четкое значение y' находится как наименьшее значение, при котором достигается максимум итогового нечеткого множества:

$$y` = \min\{y_{\max} | \mu_{B`}(y_{\max}) = \max_{y} \mu_{B`}(y)\}. \quad (6.5)$$

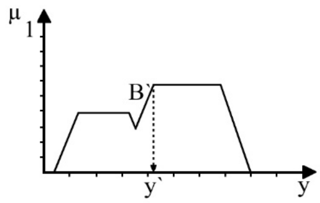

Рис. 4. **Пример применения метода дефаззификации «первый максимум»**

5. Самый правый максимум (рис. 5). Четкое значение выходной переменной y' находится как наибольшее значение, при котором достигается максимум итогового нечеткого множества:

$$y` = \max\{y_{\max} | \mu_{B`}(y_{\max}) = \max_{y} \mu_{B`}(y)\}. \quad (6.6)$$

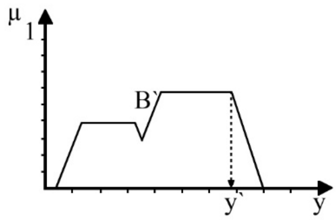

Рис. 5. **Пример применения метода дефаззификации «самый правый максимум»**

6. Средний максимум (рис. 6). Четкое значение выходной переменной y' находится в соответствии с выражением:

$$y` = \frac{\int_{G_{\max}} \mathrm{y}\, \mathrm{dy}}{\int_{G_{\max}} \mathrm{dy}}, \quad (6.7)$$

где G_{max} – интервал носителя нечеткого множества $B`$ (подмножество его элементов), в котором $\mu_{B`}(y)$ принимает максимальное значение.

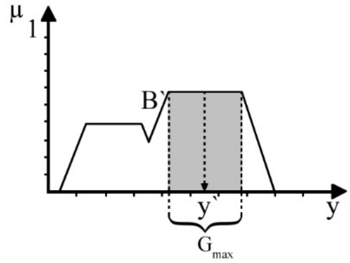

Рис. 6. **Пример применения метода дефаззификации «средний максимум»**

Для дискретного варианта $\mu_{B`}(y)$:

$$y` = \frac{1}{G_{\max}} \sum_{G_{\max}} \max_y \mu_{B`}(y) \quad , \tag{6.8}$$

где G_{max} – число элементов носителя нечеткого множества *B′,* в которых $\mu_{B`}(y)$ принимает максимальное значение.

7. Критерий максимума (max-criterion). Четкое значение выходной переменной *y′* выбирается произвольно среди множества значений *y,* для которых значение $\mu_{B`}(y)$ достигает максимума:

$$y` \in \{y_{\max} | \mu_{B`}(y_{\max}) = \max_y \mu_{B`}(y)\} \quad . \tag{6.9}$$

8. Высотная дефаззификация. Элементы носителя нечеткого множества *B′,* для которых значения функции принадлежности меньше чем некоторый заданный уровень $\lambda(\mu_{B`}(y) < \lambda)$, в расчет не принимаются, и дефаззифицированное значение выходной переменной *y′* рассчитывается в соответствии со следующим выражением:

$$y` = \frac{\int_{G_\lambda} y\mu_{B`}(y)\,dy}{\int_{G_\lambda} \mu_{B`}(y)\,dy} \quad , \tag{6.10}$$

где G_λ – интервал носителя нечеткого множества *B ′,* в котором $\mu_{B`}(y) < \lambda$.

Ко второй группе относятся следующие методы дефаззификации:

9. Средний центр. Четкое значение выходной переменной *y′* в нечеткой продукционной модели, основанной на правилах типа (1.7), рассчитывается по формуле:

$$y` = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \arg\max_y \mu_{B_i`}(y)}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i} \quad , \tag{6.11}$$

где arg maxμ_{Bi}(y) – значение y*,* при котором $\mu_{B_i}(y)$ принимает максимальное значение, то есть $\mu_{B_i}(y) = \max_y \mu_{B_i}(y)$

Данный метод может быть использован в случае унимодальных $\mu_{B_i}(y)$, то есть если условие $\mu_{B_i}(y) = 1$ справедливо для одной точки универсума Y_i.

На рис. 3 приведен пример реализации этого метода для числа правил n=2.

10. Сумма центров:

$$y^{`} = \frac{\int_{\mathrm{Ymin}}^{\mathrm{Ymax}} y \sum_{i=1}^{n} \mu_{B}^{`}(y)dy}{\int_{\mathrm{Ymin}}^{\mathrm{Ymax}} \sum_{i=1}^{n} \mu_{B}^{`}(y)dy}, \quad (6.12)$$

где Y_{min}, Y_{max} – границы интервала носителя нечеткого множества выходной переменной.

11. Нечеткое среднее значение. В случае нечеткой продукционной модели Такаги-Сугено 0-го порядка (для нечетких правил типа (1.2), то есть если выходные переменные представляют собой одноточечные нечеткие множества, то их значения рассчитываются с использованием модифицированного метода центра тяжести, а именно метода центра тяжести для одноточечных множеств (другое название этого метода – нечеткое среднее значение), следующим образом:

$$y^{`} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i c_i}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}, \quad (6.13)$$

где α_i – агрегированная степень истинности по всем предпосылкам i-го правила; c_i – значение выходной переменной i-го правила ($y_t = c_i$); n – число правил в базе.

Для аффинной модели Такаги-Сугено, основанной на правилах типа (1.5), выражение (6.13) для вычисления дефаззифицированного значения выходной переменной по методу нечеткого среднего значения примет следующий вид:

$$y^{`} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i (\sum_{j}^{m} c_{ij} x_j + c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}. \quad (6.14)$$

Еще одной разновидностью дефаззификации на основе метода центра тяжести является следующее выражение, используемое для вычисления выходной переменной на основе нечеткой продукционной модели Цукамото, в заключениях правил которой используются монотонные (возрастающие или убывающие) функции f (правила типа (1.3):

$$y^{`} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i^{-1}(\alpha_i)}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}, \quad (6.15)$$

где $y_i^{`} = f_i^{-1}(\alpha_i)$ – значение аргумента функции f_i, при котором $a_i = f_i(y_i)$.

В настоящее время наиболее распространенным формализмом для описания НЕ-факторов при построении моделей оценки рисков в нечеткой среде являются нечеткие множества. Анализ особенностей построения моделей оценки рисков с использованием нечеткого вывода на нечетких множествах первого порядка показывает огромный спектр предлагаемых моделей. При этом практически отсутствует обоснование выбора параметров моделей.

Средством для описания НЕ-факторов при построении моделей оценки рисков в нечеткой среде могут также выступить нечеткие множества второго порядка и модели нечеткого вывода с адаптацией операций над нечеткими множествами.

Вышесказанное предполагает проведение соответствующих исследований в дальнейшем.

Литература

1. Буйневич М.В., Владыко А.Г., Радова Е.В. Выбор рациональной системы экономических механизмов управления рисками в интересах обеспечения техногенной безопасности отрасли (региона) // Проблемы управления рисками в техносфере. 2012. № 4 (24). С. 77–83.

2. Zadeh L.A. FuzzySets // Informationand Control. 1965. Vol. 8. № 3. pp. 338–353.

3. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Тюмень: Изд-во ТГУ, 2000. 352 с.
4. Зенчук А.И., Шашкин А.И. Нечеткая модель оценки инвестиционных проектов // Вестник ВГУ. Сер.: Системный анализ и информационные технологии. 2008. № 1.
5. Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С. Нечеткие модели и сети. М.: Горячая линия-Телеком, 2007. 284 с.
6. Компьютерная поддержка сложных организационно-технических систем / Борисов В.В. [и др.]. М.: Горячая линия-Телеком, 2002.
7. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 1982.
8. Nakamura K., Iwai S., Sawaragi T. Decision support using causation knowledge base // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC. 1982. V. 12. P. 765–777.
9. Klein J.H., Cooper D.F. Cognitive maps of decision-makers in a complex game // Journal of the Operational Research Society. 1982. V. 33. P. 63–71.
10. Zhang W.R., Chen S.S., Wang W., King R.S. A cognitive-map-based approach to the coordination of distributed cooperative agents // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 1992. V. 22. P. 103–114.
11. Kosko B., Mitaim S. Neural fuzzy agents for profile learning and adaptive object matching // Presence. 1998. V. 7. № 6. P. 617–637.

Reference

1. Bujnevich M.V., Vladyko A.G., Radova E.V. Vybor racional'noj sistemy ehkonomicheskih mekhanizmov upravleniya riskami v interesah obespecheniya tekhnogennoj bezopasnosti otrasli (regiona) // Problemy upravleniya riskami v tekhnosfere. 2012. № 4 (24). S. 77–83.
2. Zadeh L.A. FuzzySets // Informationand Control. 1965. Vol. 8. № 3. pp. 338–353.
3. Altunin A.E., Semuhin M.V. Modeli i algoritmy prinyatiya reshenij v nechetkih usloviyah. Tyumen': Izd-vo TGU, 2000. 352 s.
4. Zenchuk A.I., SHashkin A.I. Nechetkaya model' ocenki investicionnyh proektov // Vestnik VGU. Ser.: Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii. 2008. № 1.
5. Borisov V.V., Kruglov V.V., Fedulov A.S. Nechetkie modeli i seti. M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2007. 284 s.
6. Komp'yuternaya podderzhka slozhnyh organizacionno-tekhnicheskih sistem / Borisov V.V. [i dr.]. M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2002.
7. Kofman A. Vvedenie v teoriyu nechetkih mnozhestv. M.: Radio i svyaz', 1982.
8. Nakamura K., Iwai S., Sawaragi T. Decision support using causation knowledge base // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC. 1982. V. 12. P. 765–777.
9. Klein J.H., Cooper D.F. Cognitive maps of decision-makers in a complex game // Journal of the Operational Research Society. 1982. V. 33. P. 63–71.
10. Zhang W.R., Chen S.S., Wang W., King R.S. A cognitive-map-based approach to the coordination of distributed cooperative agents // IEEE Trans. Systems Man Cybernet. 1992. V. 22. P. 103–114.
11. Kosko B., Mitaim S. Neural fuzzy agents for profile learning and adaptive object matching // Presence. 1998. V. 7. № 6. P. 617–637.